

**Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2010
Mathematik 12 Nichttechnik - S II - Lösung**

Im Folgenden werden auftretende relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

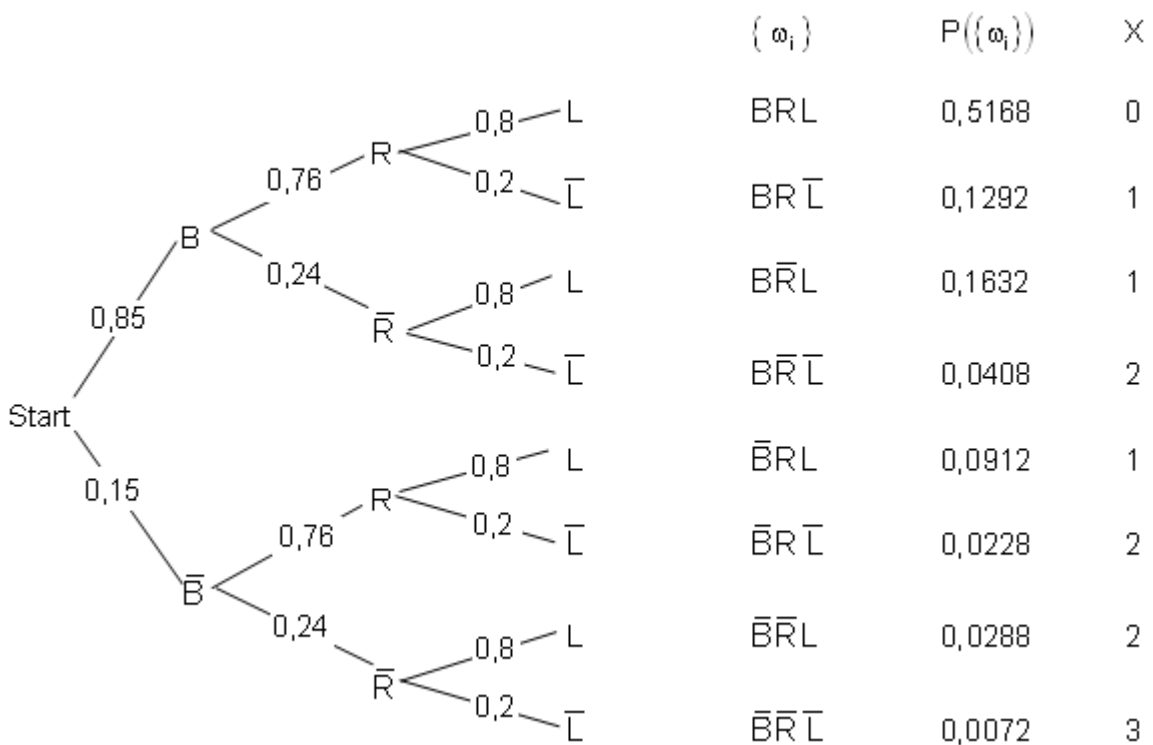
Teilaufgabe 1.0

Bei einer groß angelegten Verkehrskontrolle der Polizei wurden insgesamt 500 LKW auf Mängel überprüft. Es stellte sich heraus, dass bei 85% der LKW die Bremsen in Ordnung waren (**B**), bei 120 LKW die Reifen zu wenig Profiltiefe aufwiesen (\bar{R}) und bei 80% der LKW die Lichtanlage nicht zu beanstanden war (**L**).

Die Untersuchung eines zufällig herausgegriffenen LKW auf die drei Mängelarten wird als Zufallsexperiment aufgefasst, wobei die drei Mängel voneinander unabhängig auftreten.

Teilaufgabe 1.1 (5 BE)

Ermitteln Sie mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse.



Teilaufgabe 1.2.0

Gegeben sind folgende Ereignisse:

E_1 : Ein zufällig ausgewählter LKW hat mindestens 2 Mängel.

E_2 : Bei einem zufällig ausgewählten LKW sind die Bremsen defekt und die Reifen weisen nicht die entsprechende Profiltiefe auf.

Teilaufgabe 1.2.1 (4 BE)

Stellen Sie die Ereignisse E_1 und E_2 in aufzählender Mengenschreibweise dar und berechnen Sie deren Wahrscheinlichkeiten.

$$E_1 = \{ \overline{\overline{BRL}}, \overline{\overline{BRL}}, \overline{\overline{BRL}}, \overline{\overline{BRL}} \} \quad P_{E_1} := 0.0408 + 0.0228 + 0.0288 + 0.0072 \quad P_{E_1} = 0.0996$$

$$E_2 = \{ \overline{\overline{BRL}}, \overline{\overline{BRL}} \} \quad P_{E_2} := 0.0288 + 0.0072 \quad P_{E_2} = 0.0360$$

Teilaufgabe 1.2.2 (3 BE)

Untersuchen Sie die Ereignisse E_1 und E_2 auf stochastische Unabhängigkeit.

$$E_1 \cap E_2 = \{ \overline{\overline{BRL}}, \overline{\overline{BRL}} \} \quad (i) \quad P_{E_1 \cap E_2} := 0.0360$$

$$(ii) \quad P_{E_1} \cdot P_{E_2} = 0.003586$$

(i) \neq (ii) $\Rightarrow E_1$ und E_2 sind stochastisch abhängig.

Teilaufgabe 1.3 (4 BE)

Erfahrungsgemäß sind bei 25% der kontrollierten LKW die Papiere nicht in Ordnung. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 100 zufällig überprüften LKW die Anzahl der LKW-Fahrer, deren Papiere in Ordnung sind, innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt.

Wahrscheinlichkeit dafür dass die Papiere in Ordnung sind: $p := 0.75$

Stichprobengröße: $n := 100$

Erwartungswert: $\mu := n \cdot p \quad \mu = 75$

Standardabweichung: $\sigma := \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} \quad \sigma = 4.330$

$$|\mu - k| < \sigma \quad \left| \begin{array}{l} \text{auflösen, k} \\ \text{Gleitkommazahl, 4} \end{array} \right. \rightarrow 70.67 < k < 79.33$$

gerundet: $71 \leq k \leq 79$

$$P(70.67 < x < 79.33) = F(79) - F(70)$$

kumulative Binomialverteilung: $F(k) := \text{pbinom}(k, n, p)$

$$F(79) = 0.85117 \quad F(70) = 0.14954 \quad \Rightarrow \quad P := F(79) - F(70) \quad P = 0.70163$$

Teilaufgabe 2.0

Auf Grund von Kontrollen weiß man, dass bei 81,45% der mit genau 4 Personen besetzten PKW alle Insassen angeschnallt sind. Die Wahrscheinlichkeit für das Anlegen des Gurtes ist auf jedem Sitzplatz gleich. Ein mit 4 Personen besetzter PKW wird kontrolliert.

Teilaufgabe 2.1 (2 BE)

Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig herausgegriffener Insasse angeschnallt ist, ziemlich genau 0,95 beträgt.

Wahrscheinlichkeit für vier angeschnallte Personen: $p^4 = 0.8145$

eine Person angeschnallt: $p_A := \sqrt[4]{0.8145}$ $p_A = 0.9500$

die negative Lösung der Wurzel ist nicht sinnvoll

Teilaufgabe 2.2 (4 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse auf vier Nachkommastellen gerundet:

E_3 : Die beiden Personen auf den Vordersitzen sind angeschnallt, diejenigen auf den Rücksitzen nicht.

E_4 : Genau zwei Personen in einem PKW sind angeschnallt.

$E_3 = \{ A A \bar{A} \bar{A} \}$ $P_{E3} := 0.95^2 \cdot 0.05^2$ $P_{E3} = 0.0023$

$P_{E4} := \text{dbinom}(2, 4, 0.95)$ $P_{E4} = 0.0135$

Teilaufgabe 2.3 (7 BE)

In einer späteren Kontrolle soll untersucht werden, ob sich der Anteil der angeschnallten Personen erhöht hat (Gegenhypothese). Dazu wird ein Test mit 50 zufällig ausgewählten PKW, die jeweils mit genau vier Personen besetzt sind, durchgeführt.

Geben Sie die Testgröße sowie die Nullhypothese an und bestimmen Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%- Niveau.

Welche Entscheidung legt der Test nahe, wenn 97% der kontrollierten Personen angeschnallt sind?

Testgröße: Anzahl der angeschnallten Personen unter $n := 200$

Testart: rechtsseitiger Hypothesentest

Wahrscheinlichkeit: $p := 0.95$

Nullhypothese H_0 : $p_0 \leq 0.95$ Gegenhypothese H_1 : $p_1 > 0.95$

Annahmehereich: $A = \{ 0, 1, \dots, k \}$ Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{ k + 1, k + 2, \dots, n \}$

Signifikanzniveau: $\alpha_S := 0.05$

$\alpha_S = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $1 - P(A) \leq 0.05 \Leftrightarrow P(A) \geq 0.95$

inverse kumulative Binomialverteilung: $k := \text{qbinom}(1 - \alpha_S, n, p)$ $k = 195$

Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{ 196, 197, 198, 199, 200 \}$

$97\% \cdot n = 194 \in A \Rightarrow H_0$ wird angenommen.

Teilaufgabe 3.0

Für einen Autohersteller soll untersucht werden, ob weibliche Autofahrer Cabrios eher bevorzugen als männliche. Dazu wird eine Stichprobe von 200 PKW betrachtet. 60 Fahrerinnen (**W**) wurden gezählt, davon 3 in einem Caprio (**C**). Insgesamt gab es 10 Caprios in der Stichprobe. Ein beliebiger PKW aus den 200 wird herausgegriffen.

Teilaufgabe 3.1 (3 BE)

Beschreiben Sie die Ereignisse E_5 und E_6 mit Worten:

$$E_5 = \bar{W} \cup \bar{C} \text{ und } E_6 = \overline{W \cap C}$$

E_5 : Der Autofahrer ist männlich **oder** das Auto ist kein Caprio

De Morgan: $E_6 = \overline{W \cap C} = \bar{W} \cup \bar{C}$

E_6 : Das Auto ist ein Caprio **und** wird von einem Mann gesteuert.

Teilaufgabe 3.2 (5 BE)

Bestimmen Sie mit Hilfe einer Vierfeldertafel $P(E_5)$ und $P(E_6)$.

$\text{Häufigkeitstabelle} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \mathbf{W} & \mathbf{\bar{W}} & \blacksquare \\ \mathbf{C} & 3 & 7 & 10 \\ \mathbf{\bar{C}} & 57 & 133 & 190 \\ \blacksquare & 60 & 140 & 200 \end{pmatrix}$	$\text{Vierfeldertafel} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \mathbf{W} & \mathbf{\bar{W}} & \blacksquare \\ \mathbf{C} & 0.015 & 0.035 & 0.05 \\ \mathbf{\bar{C}} & 0.285 & 0.665 & 0.95 \\ \blacksquare & 0.3 & 0.7 & 1 \end{pmatrix}$
--	--

$P_{E5} := 0.7 + 0.95 - 0.665$

$P_{E5} = 0.985$

$P_{E6} := 0.035$

Teilaufgabe 3.3 (3 BE)

Kann aus der Untersuchung gefolgert werden, dass Frauen häufiger Cabrios bevorzugen als Männer? Begründen Sie Ihre Antwort.

(i) $P(W \cap C) = 0.015$

(ii) $P(W) \cdot P(C) = 0.3 \cdot 0.05 = 0.015$

(i) = (ii) \Rightarrow

Die Ereignisse sind unabhängig, also erfolgt die Wahl des Fahrzeugs unabhängig vom Geschlecht.