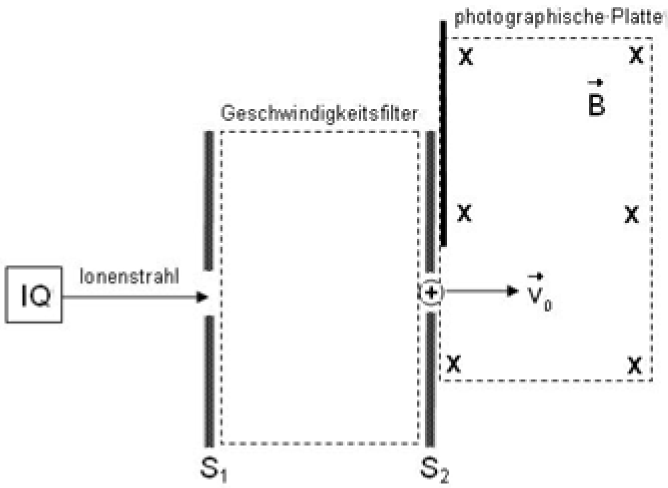
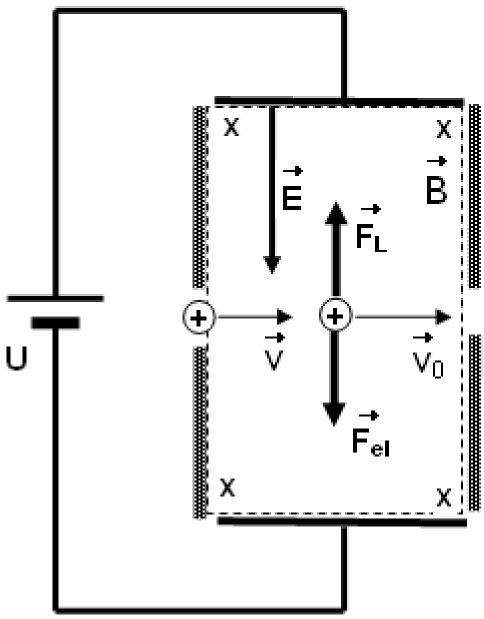
Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2010
Physik 12 Technik - Aufgabe II - Lösung

Teilaufgabe 1.0
Mit der unten dargestellten Anordnung kann die Masse von Protonen bestimmt werden.
Eine Wasserstoffionenquelle IQ sendet einfach positiv geladene Wasserstoffionen, u.a. Protonen mit verschiedenen kinetischen Energien aus. Durch ein kleines Loch in der Blende S_1 treten solche Ionen in einen Geschwindigkeitsfilter ein. Ionen, die den Geschwindigkeitsfilter ohne Ablenkung passieren und dann durch ein kleines Loch in der Blende S_2 verlassen, besitzen eine Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ mit dem Betrag v_0.
Die Anordnung befindet sich im Vakuum. Die auf die Ionen wirkenden Gravitationskräfte sind vernachlässigbar klein.



Teilaufgabe 1.1 (6 BE)
Erklären Sie anhand einer beschrifteten Skizze die Wirkungsweise eines Geschwindigkeitsfilters.



- Im Filter sind ein homogenes $\vec{B}$ – **Feld** und ein homogenes $\vec{E}$ – **Feld** senkrecht überlagert.
- Protonen treten mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $\vec{v}$ in den Filter ein, wobei gilt: $\vec{v} \perp \vec{B}$ und $\vec{v} \perp \vec{E}$
- positive Ladung erfährt durch das Magnetfeld eine Ablenkung: Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ nach oben.
- $\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$ nach unten
- Ionen, für die $F_B = F_{el}$ gilt, werden nicht abgelenkt und verlassen den Filter durch die Öffnung der Blende S_2.

- Ladungen mit $F_{el} > F_L$ bzw. $F_{el} < F_L$ werden nach unten bzw. oben abgelenkt und treffen auf die Platten der Blende S_2 auf.

Teilaufgabe 1.2.0
Nach dem Durchlaufen des Geschwindigkeitsfilters gelangen die Protonen in ein homogenes Magnetfeld, dessen Flussdichte $\vec{B}$ zeitlich konstant ist und den Betrag $B := 45 \cdot 10^{-3}\ T$ hat.

Beim Eintritt in das Magnetfeld haben diese Protonen die Geschwindigkeit $\vec{v_0}$, die senkrecht zu den Feldlinien gerichtet ist und den Betrag $v_0 := 2.8 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}$ hat.

Teilaufgabe 1.2.1 (4 BE)
Ein Proton erfährt im Magnetfeld eine Kraft.
Erläutern Sie, wie sich diese Kraft auf den Betrag und die Richtung der Geschwindigkeit des Protons auswirkt.

Es gilt:

$\vec{F_L} \perp \vec{v_0} \Rightarrow \vec{F_L}$ wirkt nicht betragsändernd $\Rightarrow \left|\vec{v_0}\right|$ ist konstant $\Rightarrow \vec{F_L}$ ist Zentralkraft.

$\left|\vec{F_L}\right|$ ist konstant $\Rightarrow$ Ionen bewegen sich auf einer ebenen Halbkreisbahn.

Teilaufgabe 1.2.2 (5 BE)
Im Magnetfeld bewegen sich die Protonen auf einem Halbkreis mit dem Radius $r_P := 6.5\ cm$.
Berechnen Sie die Masse m_P eines Protons.

$$F_L = F_Z \quad \Leftrightarrow \quad q \cdot v_0 \cdot B = \frac{m_P \cdot v_0^2}{r} \qquad \text{Auflösen:} \quad m_P = \frac{q \cdot B \cdot r}{v_0}$$

Berechnen: $$m_P := \frac{1.6022 \cdot 10^{-19} \cdot C \cdot 45 \cdot 10^{-3} \cdot T \cdot 6.5 \cdot 10^{-2} \cdot m}{2.8 \cdot 10^5 \cdot \frac{m}{s}} \qquad m_P = 1.7 \cdot 10^{-27} \cdot kg$$

$[\, m_P \,] =$

$$\frac{C \cdot T \cdot m}{\frac{m}{s}} = \frac{A \cdot s \cdot \frac{V \cdot s}{m^2} \cdot m}{\frac{m}{s}} = \frac{J \cdot s^2}{m^2} = \frac{N \cdot m \cdot s^2}{m^2} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^2}{s^2 \cdot m^2} = kg$$

s s

Teilaufgabe 1.2.3 (2 BE)
Die Ionenquelle liefert neben Protonen **(*1)** auch Deuteronen **(*2)**.
Für die Massen m_P und m_D der beiden Ionensorten gilt:

$m_D = 2 \cdot m_P$.

Ein Deuteron trägt die Ladung $q_D = +1e$, wobei e die Elementarladung ist. Begründen Sie rechnerisch, dass die Protonen und die Deuteronen nicht im selben Punkt auf die an der Blende S_2 angebrachte photographische Platte.

(*1) ${}^1_1H^+$ – Ionen

(*2) ${}^2_1D^+$ – Ionen

$m_D = 2 \cdot m_P$

Radius: $r_D = \dfrac{m_D \cdot v_0}{q \cdot B} = \dfrac{2 \cdot m_P \cdot v_0}{q \cdot B} = 2 \cdot r_P$

Sie treffen also nicht auf demselben Punkt auf.

Teilaufgabe 2.0
Ein Motorrad beschleunigt ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0\ s$ auf einer geradlinigen, horizontal verlaufenden Straße aus der Ruhe heraus bis zum Zeitpunkt $t_1 = 4.0\ s$ auf eine Geschwindigkeit $\vec{v_1}$ mit dem Betrag $v_1 = 10\ \dfrac{m}{s}$. Diese Geschwindigkeit $\vec{v_1}$ behält das Motorrad bis zum Zeitpunkt $t_2 = 7.0\ s$ bei.

Das Motorrad und der Fahrer haben die Gesamtmasse $m = 260\ kg$. Für die folgenden Aufgaben wird vereinfachend angenommen, dass das Motorrad im Zeitintervall **[0s ; 4,0s]** gleichmäßig beschleunigt und bei allen im Zeitintervall **[0s ; 7,0s]** auftretenden Geschwindigkeiten der auftretende Fahrwiderstand $\vec{F_W}$ (Rollreibung zwischen den Reifen und dem Straßenbelag, Reibung im Getriebe und Antrieb, Luftwiderstand) denselben Betrag F_W hat. Dabei gilt: $F_W = 0.18 \cdot F_G$, wobei F_G der Betrag der Gewichtskraft $\vec{F_G}$ von Mototrrad mit Fahrer ist.

Teilaufgabe 2.1 (4 BE)
Berechnen Sie den Betrag **a** der Beschleunigung $\vec{a}$ und die Länge **s** der Strecke, die das Motorrad im Zeitintervall **[0s ; 7,0s]** ausübt.

$a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ $\qquad a := \dfrac{10 \cdot \frac{m}{s}}{4.0 \cdot s}$ $\qquad a = 2.5\ \dfrac{m}{s^2}$

$t \in [\ 0 \cdot s\ ;\ 4 \cdot s\ ]$ $\qquad s_1(t) = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $\qquad s_1 := \dfrac{1}{2} \cdot 2.5 \cdot \dfrac{m}{s^2} \cdot (4 \cdot s)^2$ $\qquad s_1 = 20\ m$

$t \in [\ 4 \cdot s\ ;\ 7 \cdot s\ ]$ $\qquad s_2(t) = v_0 \cdot \Delta t$ $\qquad s_2 := 10 \cdot \dfrac{m}{s} \cdot 3 \cdot s$ $\qquad s_2 = 30\ m$

$s_{ges} := s_1 + s_2$ $\qquad s_{ges} = 50\ m$

Teilaufgabe 2.2 (4 BE)

Berechnen Sie den Betrag F_{Zug} der Zugkraft $\overrightarrow{F_{Zug}}$, die der Motor im Zeitintervall **] 0s ; 4,0s [** ausübt.

$F_{res} = F_{Zug} - F_W$ $\qquad$ $F_{Zug} = F_{res} + F_W = m_0 \cdot a + 0.18 \cdot m_0 \cdot g$

$F_{Zug} := 260 \cdot kg \cdot 2.5 \cdot \frac{m}{s^2} + 0.18 \cdot 260 \cdot kg \cdot 9.81 \cdot \frac{m}{s^2}$ $\qquad$ $F_{Zug} = 1.1 \times 10^3 \, N$

Teilaufgabe 2.3.0

$W(t)$ sei die Arbeit, die der Motor ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0 \text{ s}$ bis zu einem Zeitpunkt t, der im Zeitintervall **[0s ; 4,0s]** liegt, verrichtet.

Teilaufgabe 2.3.1 (4 BE)

Zeigen Sie, dass für einen Zeitpunkt **t** mit $0 \text{ s} \le t \le 4.0 \text{ s}$ gilt: $W(t) = 1.4 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{s^2} \cdot t^2$

$W(t) = F_{Zug} \cdot s(t) = F_{Zug} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $\qquad$ $W(t) := 1.1 \cdot 10^3 \cdot N \cdot \frac{1}{2} \cdot 2.5 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot t^2$

Berechnung der Konstanten: $\qquad$ $1.1 \cdot 10^3 \cdot N \cdot \frac{1}{2} \cdot 2.5 \cdot \frac{m}{s^2} = 1.4 \times 10^3 \cdot \frac{J}{s^2}$

$W(t) := 1.4 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{s^2} \cdot t^2$

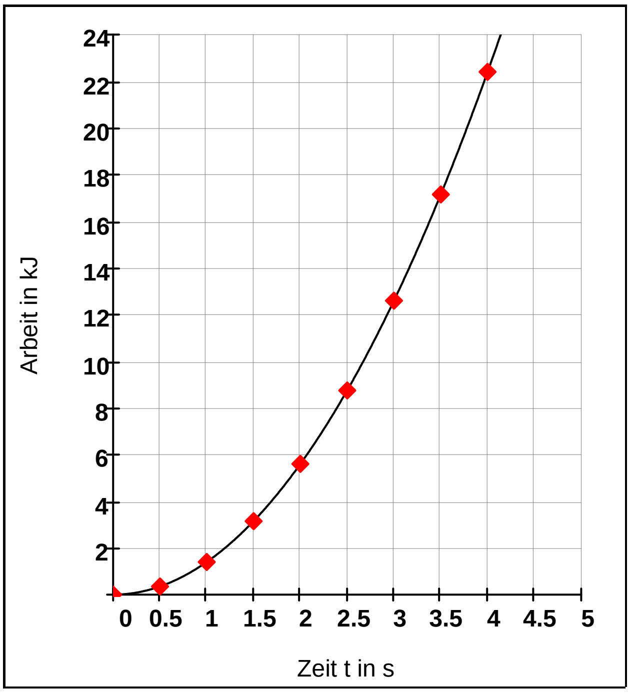
Teilaufgabe 2.3.2 (4 BE)

Stellen Sie die Abhängigkeit der Arbeit W von der Zeit t für $0 \text{ s} \le t \le 4.0 \text{ s}$ in einem **t-W**-Diagramm dar. Erstellen Sie dazu eine Wertetabelle mit der Schrittweite $\Delta t = 1.0 \text{ s}$.

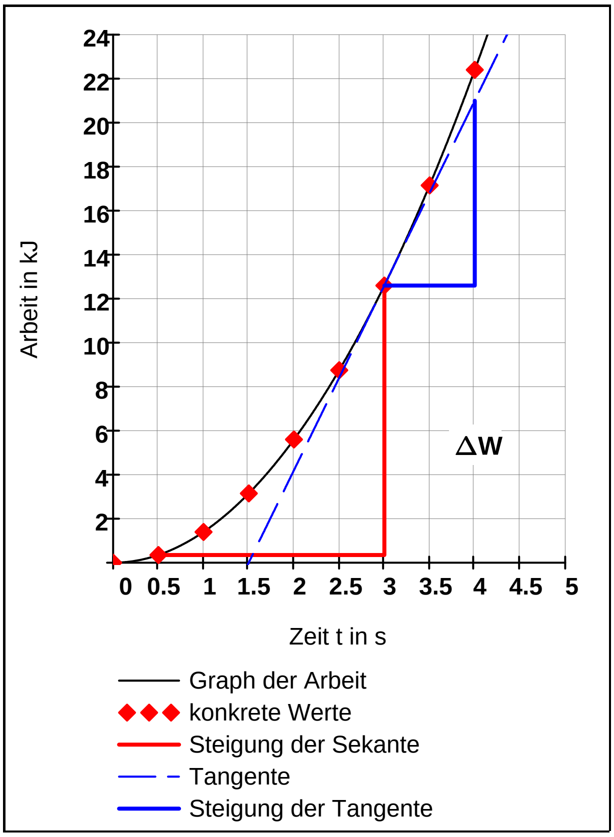
Maßstab: **0,5 s entspricht 1 cm; 2,0 kJ entspricht 1 cm.**

$t_0 := 0, 0.5 \cdot s .. 4 \cdot s$

$t_0 =$ (s)	$W(t_0) =$ (J)
0	0
0.5	350
1	$1.4 \cdot 10^3$
1.5	$3.15 \cdot 10^3$
2	$5.6 \cdot 10^3$
2.5	$8.75 \cdot 10^3$
3	$1.26 \cdot 10^4$
3.5	$1.715 \cdot 10^4$
4	$2.24 \cdot 10^4$



Teilaufgabe 2.3.3 (4 BE)
Bestimmen Sie mithilfe des **t-W**-Diagramms von Teilaufgabe 2.3.2 die mittlere Leistung des Motors für das Zeitintervall **[0,5s ; 4,0s]** .



Steigung der Sekante:

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{(12.6 - 0.35) \cdot 10^3 \cdot J}{2.5 \cdot s}$$

mittlere Leistung:

$$\overline{P} = 4900 \cdot W$$

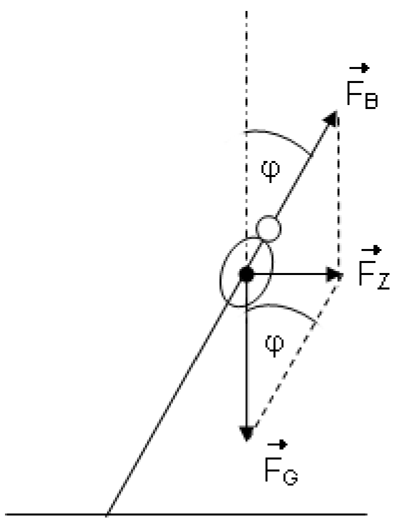
Teilaufgabe 2.3.4 (3 BE)
Zu einem Zeitpunkt t gibt der Motor die momentane Leistung P(t) ab.
Bestimmen Sie P(t) für den Zeitpunkt $t = 3.0\ s$.

Steigung der Tangente: $\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{(21 - 12.5)\cdot 10^3 \cdot J}{1\cdot s}$

momentane Leistung: $P_3 = 8.5\cdot 10^3 \cdot W$

Teilaufgabe 2.4.0
Das Motorrad durchfährt eine Kurve. In dieser Kurve ist die Fahrbahn nicht überhöht. Bei der Fahrt durch die Kurve bewegt sich der gemeinsame Schwerpunkt von Motorrad und Fahrer mit einer Geschwindigkeit vom Betrag $10\ \frac{m}{s}$ auf einem Kreisbogen mit dem Radius $r = 32\ m$, der in einer Horizontalebene liegt.

Teilaufgabe 2.4.1 (6 BE)
Berechnen Sie anhand eines Kräfteplans den Winkel φ, um den sich der Motorradfahrer mit Motorrad aus der Vertikalen "nach innen legen", d.h. zum Kurvenmittelpunkt hin neigen muss.



$$\vec{F}_Z = \vec{F}_B + \vec{F}_G$$

$$\tan(\varphi) = \frac{F_Z}{F_G} = \frac{m_0\cdot\frac{v^2}{r}}{m_0\cdot g} = \frac{v^2}{r\cdot g}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{v^2}{r\cdot g}\right)$$

$$\varphi := \operatorname{atan}\left[\frac{\left(10\cdot\frac{m}{s}\right)^2}{32\cdot m\cdot 9.81\cdot\frac{m}{s^2}}\right] \qquad \varphi = 18\cdot Grad$$

Teilaufgabe 2.4.2 (4 BE)
Die Haftreibungszahl für den Motorradreifen auf dem Straßenbelag beträgt $\mu = 0.62$.
Berechnen Sie den größten Winkel φ_{max}, um den sich der Fahrer mit Motorrad *nach innen legen* kann, ohne wegzurutschen.

$$F_Z = F_R \quad \Leftrightarrow \quad F_G\cdot\tan(\varphi_{max}) = F_R \quad \Leftrightarrow \quad m_0\cdot g\cdot\tan(\varphi_{max}) = \mu\cdot m_0\cdot g$$

$$\Leftrightarrow \quad \tan(\varphi_{max}) = \mu$$

$$\Leftrightarrow \quad \varphi_{max} = \arctan(\mu) \qquad \varphi_{max} := \operatorname{atan}(0.62) \qquad \varphi_{max} = 32\cdot Grad$$