Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2011
Physik 12 Technik - Aufgabe II - Lösung

Teilaufgabe 1.0
Ein Satellit bewegt sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius R um die Erde. Für einen Umlauf benötigt der Satellit die Zeit T.

Die Erde hat den Äquatorradius $r_E = 6.368 \cdot 10^6 \cdot m$ und die Masse $m_E = 5.977 \cdot 10^{24} \cdot kg$.

Die Gravitationskonstante hat den Wert $G = 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{m^3}{kg \cdot s^2}$.

Teilaufgabe 1.1 (4 BE)
Leiten Sie aus dem Gravitationsgesetz eine Formel her, mit der die Umlaufdauer T aus der Gravitationskonstanten G, der Masse m_E und dem Bahnradius R berechnet werden kann.

$$F_Z = F_{Grav} \quad \Leftrightarrow \quad m_0 \cdot \omega^2 \cdot R = G \cdot \frac{m_0 \cdot m_E}{R^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R = G \cdot \frac{m_E}{R^2}$$

Auflösen: $T^2 = \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot m_E} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{R^3}{G \cdot m_E}}}$

Teilaufgabe 1.2.1 (4 BE)
Erläutern Sie, was man unter einem Synchronsatelliten der Erde versteht, und geben Sie an, welche Bedingungen die Bewegung eines antriebslos fliegenden Satelliten erfüllen muss, damit dieser sich als Synchronsatellit um die Erde bewegt.

Ein Synchronsatellit steht, von der Erde aus gesehen, immer über demselben Ort.
Der Satellit muss
- in der Äquatorebene der Erde um den Massenmittelpunkt kreisen,
- mit der selben Winkelgeschwindigkeit die Erde umkreisen wie die, mit der sich die Erde um die eigene Achse dreht.
- Umlaufsinn des Satelliten und Drehrichtung der Erde müssen übereinstimmen.

Teilaufgabe 1.2.2 (6 BE)
Ein Sychronsatellit umkreist die Erde in der Höhe h über der Erdoberfläche und besitzt dabei eine Bahngeschwindigkeit mit dem Betrag v.
Berechnen Sie h und v.

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot m_E} \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_E \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

$$R = r_E + h \quad \Rightarrow \quad h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_E \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} - r_E$$

$$h := \sqrt[3]{\frac{6.67384\cdot 10^{-11}\cdot\frac{m^3}{kg\cdot s^2}\cdot 5.977\cdot 10^{24}\cdot kg\cdot(24\cdot 3600\cdot s)^2}{4\cdot\pi^2}} - 6.368\cdot 10^6\cdot m$$

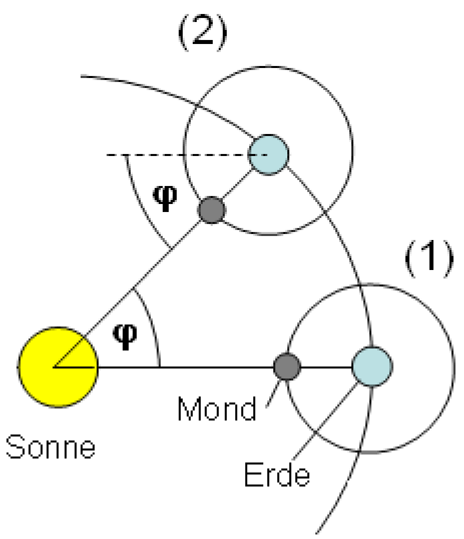
$$\boxed{h = 3.588\times 10^7\, m}$$

$$v = \omega\cdot R = \frac{2\cdot\pi}{T}\cdot R = \frac{2\cdot\pi}{T}\cdot\left(r_E + h\right)$$

$$v := \frac{2\cdot\pi}{24\cdot 3600\cdot s}\cdot\left(6.368\cdot 10^6\cdot m + 3.588\times 10^7\, m\right) \qquad \boxed{v = 3.1\,\frac{km}{s}}$$

Teilaufgabe 1.3.0
Die Erde besitzt nur einen natürlichen Satelliten, nämlich den Mond (Erdmond). Für die folgenden Aufgaben soll die Umlaufbahn, auf der sich der Mond um die Erde bewegt, eine Kreisbahn sein, deren Mittelpunkt der Massenmittelpunkt der Erde ist. Für einen Umlauf auf dieser Kreisbahn benötigt der Mond die Zeit $T_M = 27.32\, d$.

Die Erde bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius $R_E = 149.6\cdot 10^9\cdot m$ um die Sonne und benötigt für einen Umlauf die Zeit $T_E = 365.25\cdot d$.



Teilaufgabe 1.3.1 (4 BE)
Berechnen Sie für die Bewegung des Mondes um die Erde die Winkelgeschwindigkeit ω_M und den Radius R_M der Umlaufbahn.

$$\omega_M = \frac{2\cdot\pi}{T_M} \qquad \omega_M := \frac{2\cdot\pi}{27.32\cdot 24\cdot 3600\cdot s} \qquad \boxed{\omega_M = 2.662\times 10^{-6}\,\frac{1}{s}}$$

$$R_M = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_E \cdot T_M^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

$$R_M := \sqrt[3]{\frac{6.67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 5.977 \cdot 10^{24} \cdot kg \cdot (27.32 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot s)^2}{4 \cdot \pi^2}} \qquad \boxed{R_M = 3.833 \times 10^8\ m}$$

Teilaufgabe 1.3.2 (5 BE)
Die Skizze unter 1.3.0 zeigt die Konstellationen von Sonne, Erde und Mond für zwei aufeinanderfolgende Neumondphasen (1) und (2). Bei der in der Skizze dargestellten Sicht sind der Umlaufsinn der Erde und der Umlaufsinn des Mondes entgegen dem Uhrzeigersinn gerichtet. Berechnen Sie die Zeit t_N, die zwischen diesen beiden Neumondphasen vergeht.

Bemerkung:
Der Neumond ist die Phase des Mondes, in der er von der Erde aus nicht sichtbar ist.
Das heißt, der Mond steht, von der Erde aus gesehen, in Richtung der Sonne. Von der Erde aus blicken wir auf seine unbeleuchtete Seite, der Mond ist nahezu unsichtbar

$$\varphi_M = 2 \cdot \pi + \varphi_E \qquad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$$

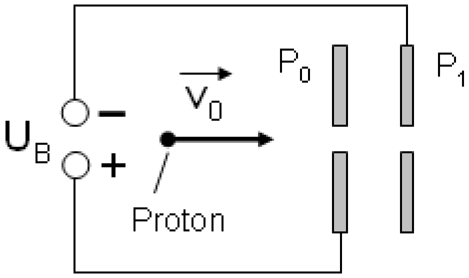
$$\omega_M \cdot t_N = 2 \cdot \pi + \omega_E \cdot t_N \qquad \Leftrightarrow \qquad (\omega_M - \omega_E) \cdot t_N = 2 \cdot \pi$$

$$\Leftrightarrow \qquad t_N = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_M - \omega_E} = \frac{1}{\left(\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_E}\right)} = \frac{T_M \cdot T_E}{T_E - T_M}$$

$$t_N := \frac{27.32 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot s \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot s}{365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot s - 27.32 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot s} \qquad t_N = 2.551 \times 10^6\ s \qquad \boxed{t_N = 29.53 \cdot d}$$

Teilaufgabe 2.0
Zwischen den Platten P_0 und P_1 eines Kondensators liegt die Spannung $U_B = 0.80 \cdot MV$. Durch ein kleines Loch in der Platte P_0 treten Protonen mit der Geschwindigkeit $\vec{v_0}$, die den Betrag $v_0 = 4.8 \cdot 10^6 \cdot \frac{m}{s}$ hat, in das homogene elektrische Feld des Plattenkondensators ein. Bei der ungestörten Bewegung (Vakuum) durch das elektrische Feld nimmt die kinetische Energie eines Protons um ΔE_{kin} zu.

Ein Proton besitzt die Masse $m_P = 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot kg$ und trägt die Ladung $q_p = 1.60 \cdot 10^{-19} \cdot C$.
Die auf die Protonen wirkenden Gravitationskräfte können vernachlässigt werden.



Teilaufgabe 2.1 **(2 BE)**
Berechnen Sie die kinetische Energie $E_{kin,0}$, die ein Proton beim Eintritt in das elektrische Feld besitzt. [Mögliches Ergebnis: $E_{kin,0} = 0.12 \cdot MeV$]

$$E_{kin0} = \frac{1}{2} \cdot m_P \cdot v_0^2 \qquad E_{kin0} := \frac{1}{2} \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot kg \cdot \left(4.8 \cdot 10^6 \cdot \frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{kin0} = 1.924 \times 10^{-14} J \qquad \boxed{E_{kin0} = 0.12 MeV}$$

Teilaufgabe 2.2 **(3 BE)**
Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen U_B und ΔE_{kin} und geben Sie diesen Zusammenhang in Form einer Gleichung an.

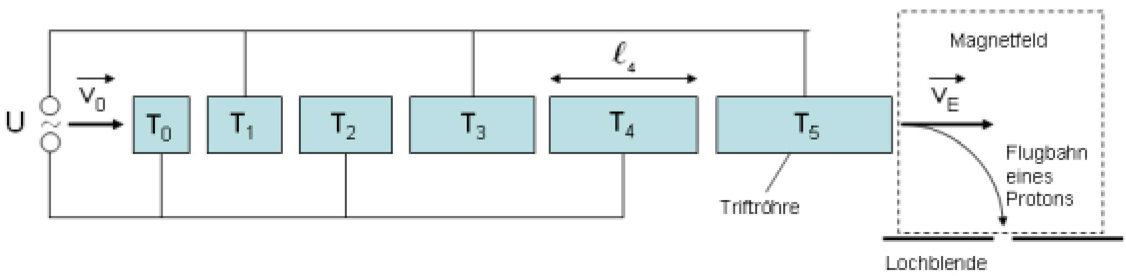
Durchläuft eine Ladung ein homogenes elektrisches Feld, verrichtet das el. Feld an der Ladung Beschleunigungsarbeit, die kinetische Energie nimmt zu.

Es gilt: $$E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2}$$

$$0 + 0 = E_{kin2} + q \cdot \Delta\varphi \quad \Leftrightarrow \quad 0 = \Delta E_{kin} - q \cdot U_B \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\Delta E_{kin} = q \cdot U_B}$$

Teilaufgabe 2.3.0
Die oben stehende Skizze zeigt das Schema eines Linearbeschleunigers für Protonen. Der Linearbeschleuniger besteht aus einer Reihe von röhrenförmigen Elektroden (siehe *Triftröhren* T_0, T_1...), die mit den Polen eines Hochfrequenzgenerators verbunden sind, dessen Wechselspannung U den Scheitelwert $\mathbf{U_0 = 0.80 \cdot MV}$ und die Frequenz $\mathbf{f = 50 \cdot MHz}$ hat.

Bei der Bewegung innerhalb der Triftröhren bleibt die kinetische Energie der Protonen unverändert. Nur bei der Bewegung in den schmalen Spalten zwischen den Triftröhren nimmt die kinetische Energie der Protonen zu (sieh auch 2.0). Die Laufzeit der Protonen in einem Spalt zwischen zwei Triftröhren ist gegenüber der Laufzeit in einer Triftröhre vernachlässigbar klein. Ein Proton fliegt durch die Triftröhre T_0 mit der konstanten Geschwindigkeit $\vec{v_0}$, die den Betrag $\mathbf{v_0 = 4.8 \cdot 10^6 \cdot \frac{m}{s}}$ hat. Mit dieser Geschwindigkeit $\vec{v_0}$ verlässt das Proton die Triftröhre T_0, und zwar unmittelbar bevor die Wechselspannung U ihren Scheitelwert $\mathbf{U_0}$ erreicht, sodass das Proton im Spalt zwischen den Triftröhren T_0 und T_1 eine Beschleunigungsspannung durchläuft, die praktisch den Betrag $\mathbf{U_0 = 0.80 \cdot MV}$ hat.



Teilaufgabe 2.3.1 (4 BE)
Erläutern Sie qualitativ, warum bei richtiger Abstimmung der Längen der Triftröhren T_1, T_2, T_3 und T_4 das Proton in jedem der Spalte zwischen zwei aufeinander folgenden Triftröhren eine Beschleunigungsspannung durchläuft, deren Betrag praktisch gleich dem Scheitelwert $\mathbf{U_0 = 0.80 \cdot MV}$ der Wechselspannung ist.

Ein Proton gelangt zwischen zwei Triftröhren in den Spalt, wobei die Triftröhre T_1 gegenüber der Triftröhre T_0 negativ ist, sodass das Proton beschleunigt wird. Das Proton durchdringt die Triftröhre T_1, erfährt jedoch innerhalb der Röhre keine elektrische Kraft, da die Triftröhren wie Faradaybecher wirken. Ist das Proton nach der Zeit $\mathbf{\Delta t = \frac{1}{2} \cdot T_0}$ am Ende der Triftröhre $\mathbf{T_1}$ angelangt, wird das Feld umgepolt, das Proton wieder beschleunigt usw.
Da das Proton von Röhre zu Röhre schneller wird, muss die Rohrlänge entsprechend zunehmen, sodass die Laufzeit in allen Triftröhren gleich der halben Periodendauer der angelegten Wechselspannung ist.

Teilaufgabe 2.3.2 (6 BE)

In der Triftröhre T_4 besitzt das Proton die Geschwindigkeit $\vec{v_4}$ mit dem Betrag v_4.

Berechnen Sie v_4 und die Länge l_4, die man für eine optimale Abstimmung (siehe 2.3.1) für die

Triftröhre T_4 wählen muss. [Teilergebnis: $v_4 = 2.5 \cdot 10^7 \cdot \frac{m}{s}$]

$E_{kin4} = E_{kin0} + 4 \cdot \Delta E_{kin}$ wobei $E_{kin0} = 0.12 \cdot MeV$ und $\Delta E_{kin} = e \cdot U_0$

$$\frac{1}{2} \cdot m_P \cdot v_4^2 = E_{kin0} + 4 \cdot e \cdot U_0 \quad \Rightarrow \quad v_4 = \sqrt{\frac{2 \cdot (E_{kin0} + 4 \cdot e \cdot U_0)}{m_P}}$$

$$v_4 := \sqrt{\frac{2 \cdot \left(1.924 \times 10^{-14} J + 4 \cdot 1.60 \cdot 10^{-19} \cdot A \cdot s \cdot 0.80 \cdot 10^6 \cdot V\right)}{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot kg}} \qquad v_4 = 2.52 \times 10^7 \frac{m}{s}$$

Teilaufgabe 2.4.0

Da die Protonenquelle Protonen unterschiedlicher Geschwindigkeiten liefert und nicht alle Protonen optimal beschleunigt werden, sind alle Geschwindigkeiten der Protonen beim Verlassen der Triftröhre T_5 nicht gleich groß. Mithilfe eines Magnetfeldes und einer Lochblende (siehe Skizze unter 2.3.0) lassen sich Protonen herausfiltern, deren Geschwindigkeit einen bestimmten Betrag v_E hat.

Teilaufgabe 2.4.1 (3 BE)

Geben Sie an, welche Eigenschaften das Magnetfeld haben muss, damit die Protonen sich im Magnetfeld auf einem Kreisbogen nach unten bewegen.

Das Magnetfeld muss homogen und seine Flussdichte $\vec{B}$ zeitlich konstant sein.

Die Flussdichte $\vec{B}$ muss senkrecht zur Geschwindigkeit $\vec{v}$ gerichtet sein.

Wegen der Ablenkung der Protonen nach unten muss dass Magnetfeld aus der Zeichenebene heraus orientiert sein.

Teilaufgabe 2.4.2 (5 BE)

Der Betrag der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ wird auf den Wert $B = 700 \cdot mT$ eingestellt.

Berechnen Sie den Betrag v_E der Geschwindigkeit $\vec{v_E}$ derjenigen Protonen, die sich im Magnetfeld auf einem Viertelkreis mit dem Radius $r = 40 \cdot cm$ bewegen und durch die Blende gelangen.

$$F_Z = F_L \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m_P \cdot v_E^2}{r} = e \cdot v_E \cdot B \qquad v_E = \frac{e \cdot B \cdot r}{m_P}$$

$$v_E := \frac{1.60 \cdot 10^{-19} \cdot A \cdot s \cdot 700 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{V \cdot s}{m^2} \cdot 40 \cdot 10^{-2} \cdot m}{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot kg} \qquad v_E = 2.68 \times 10^7 \frac{m}{s}$$

Teilaufgabe 2.4.3 (4 BE)
Was geschieht mit Protonen, deren Geschwindigkeit beim Eintritt in das Magnetfeld größer oder kleiner als v_E ist? Begründen Sie ihre Antwort.

Für den Bahnradius gilt: $r = \frac{v_E \cdot m_P}{e \cdot B} = \frac{m_P}{e \cdot B} \cdot v_E$

Es gilt also: $r \sim v_E$

Protonen mit $v > v_E$ werden auf eine Kreisbahn mit größerem Radius abgelenkt, solche mit $v < v_E$ auf eine Kreisbahn mit kleinerem Radius. Sie gelangen deshalb nicht durch die Lochblende.