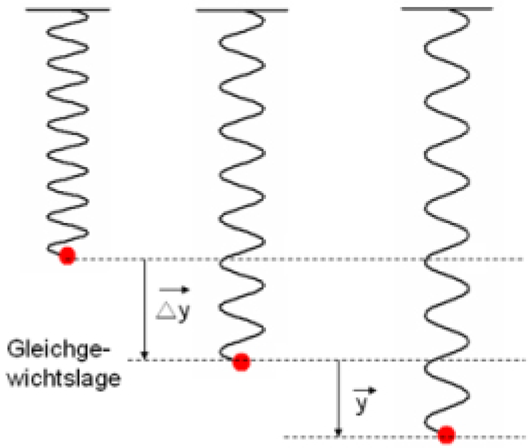
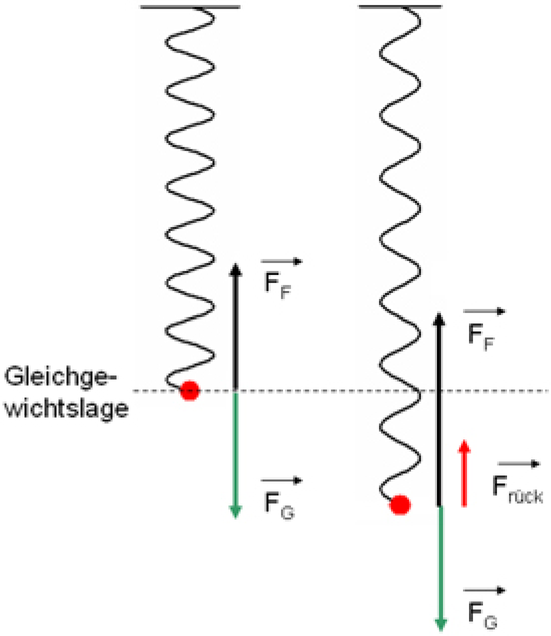
Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2011
Physik 12 Technik - Aufgabe III - Lösung

Teilaufgabe 1.0
Am unteren Ende einer vertikal aufgehängten Feder mit der Federkonstanten D wird ein Körper befestigt, dessen Masse m so groß ist, dass die Masse der Feder vernachlässigt werden kann. Der Körper und die Schraubenfeder bilden zusammen ein Feder-Schwere-Pendel.

Durch die Gewichtskraft $\vec{F_G}$ des Pendelkörpers wird die Feder um Δy vorgedehnt (siehe die in der Skizze eingezeichnete Vordehnung $\vec{\Delta y}$). Wird das Pendel in vertikaler Richtung ausgelenkt und dann losgelassen, so schwingt der Pendelkörper längs einer vertikalen Achse auf und ab. Für die bei der Schwingung auftretenden Dehnungen der Feder gilt das Hookesche Gesetz. Dämpfungsverluste sind vernachlässigbar klein.



Teilaufgabe 1.1 (7 BE)
Weisen Sie anhand eines geeigneten Kräfteplans nach, dass das Federpendel harmonisch schwingt.



Gleichgewichtslage:

$$F_G = F_F \quad \Leftrightarrow \quad m \cdot g = D \cdot \Delta y$$

Rücktreibende Kraft:

$$F_{rück} = F_F - F_G = D \cdot (\Delta y + y_0) - m \cdot g$$

$$F_{rück} = D \cdot \Delta y + D \cdot y_0 - D \cdot \Delta y$$

$$F_{rück} = D \cdot y_0$$

$\vec{F_{rück}}$ und $\vec{y_0}$ haben entgegengesetztes Vorzeichen:

$$\vec{F_{rück}} = -D \cdot \vec{y_0}$$

lineares Kraftgesetz, also harmonische Schwingung.

Teilaufgabe 1.2.0
Der Pendelkörper hat die Masse $m_0 = 120 \cdot g$. Das Federpendel wird zu einer freien Schwingung mit der Amplitude $y_0 = 5.0 \cdot cm$ angeregt. Die Abhängigkeit der Elongation s von der Zeit wird für $t \geq 0\ s$ durch die folgende Gleichung beschrieben: $y(t) := -5.0 \cdot cm \cdot \cos\left(2.50 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$

Teilaufgabe 1.2.1 (4 BE)
Berechnen Sie die Federkonstante D.

FS: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_0}{D}} \quad \Rightarrow \quad \frac{4 \cdot \pi^2}{T} = \frac{D}{m_0} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m_0}{T} = \omega^2 \cdot m_0$

$\omega := 2.50 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s} \qquad D := \left(2.50 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0.12 \cdot kg \qquad \boxed{D = 7.4 \cdot \frac{N}{m}}$

Teilaufgabe 1.2.2 (3 BE)
Die kinetische Energie E_{kin} des Pendelkörpers ändert sich während der Schwingung ständig. Ermitteln Sie eine Gleichung mit eingesetzten Werten, die für $t \geq 0\ s$ die Abhängigkeit der kinetischen Energie E_{kin} von der Zeit t beschreibt.

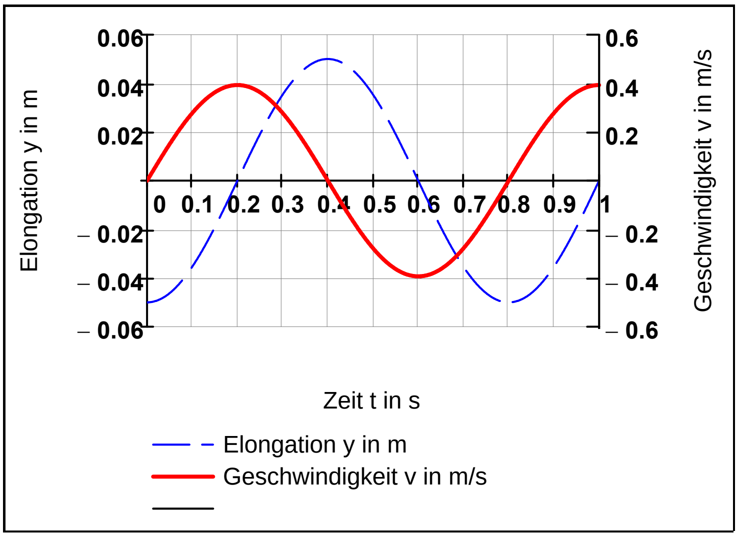
$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot (v(t))^2$$

$$v(t) = \frac{d}{dt} y(t) = \frac{d}{dt}\left(-5.0 \cdot cm \cdot \cos\left(2.5 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)\right) = 0.050 \cdot m \cdot \left(2.5 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s}\right) \cdot \sin\left(2.5 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

$$\boxed{v(t) := 0.393 \cdot \frac{m}{s} \cdot \sin\left(2.5 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)}$$

$$E_{kin}(t) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \cdot \left(\sin\left(2.5 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)\right)^2 \qquad E_{kin}(t) := 9.267 \cdot 10^{-3} \cdot J \cdot \left(\sin\left(2.5 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)\right)^2$$

Graphische Darstellung in der Prüfung nicht verlangt.



Teilaufgabe 1.2.3 (4 BE)

Im oberen Umkehrpunkt der Schwingung erfährt der Pendelkörper die Beschleunigung $\vec{a}_0$ mit dem Betrag a_0.

Berechnen Sie a_0 und geben Sie die Richtung von $\vec{a}_0$ an.

$a(t) = \frac{d}{dt}\left(y_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)\right) = -y_0 \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ $\qquad a(t) := 0.05 \cdot m \cdot \left(2.50 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s}\right)^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Amplitude: $a_0 := 0.05 \cdot m \cdot \left(2.50 \cdot \pi \cdot \frac{1}{s}\right)^2$ $\qquad a_0 = 3.1 \frac{m}{s^2}$

Richtung $\vec{a}$ senkrecht nach unten

Teilaufgabe 1.2.4 (4 BE)

Nennen Sie die drei mechanischen Energieformen, die bei der Schwingung des Federpendels eine Rolle spielen, und erläutern Sie die Energieumwandlungen, die bei der Bewegung des Pendelkörpers vom oberen Umkehrpunkt bis zum unteren Umkehrpunkt stattfinden.

Energie im oberen Umkehrpunkt:

$E_{poto} := m_0 \cdot g \cdot 2 \cdot y_0$ $\qquad E_{poto} = 0.118\,J$

$E_{spanno} := \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta y - y_0)^2$ $\qquad E_{spanno} = 0.044\,J$

$E_{kino} := 0$ $\qquad E_{kino} = 0$

$E_{geso} := E_{poto} + E_{spanno} + E_{kino}$ $\qquad E_{geso} = 0.162\,J$

E_{pot} wird umgewandelt in E_{kin} und E_{spann}

Energie in der Gleichgewichtslage:

$E_{potg} := m_0 \cdot g \cdot y_0$ $\qquad E_{potg} = 0.059\,J$

$E_{spanng} := \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta y)^2$ $\qquad E_{spanng} = 0.094\,J$

$E_{king} := \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot (v_0)^2$ $\qquad E_{king} = 0.00927\,J$

$E_{gesg} := E_{potg} + E_{spanng} + E_{king}$ $\qquad E_{gesg} = 0.162\,J$

E_{pot} und E_{kin} werden umgewandelt in E_{spann}

Energie im unteren Umkehrpunkt:

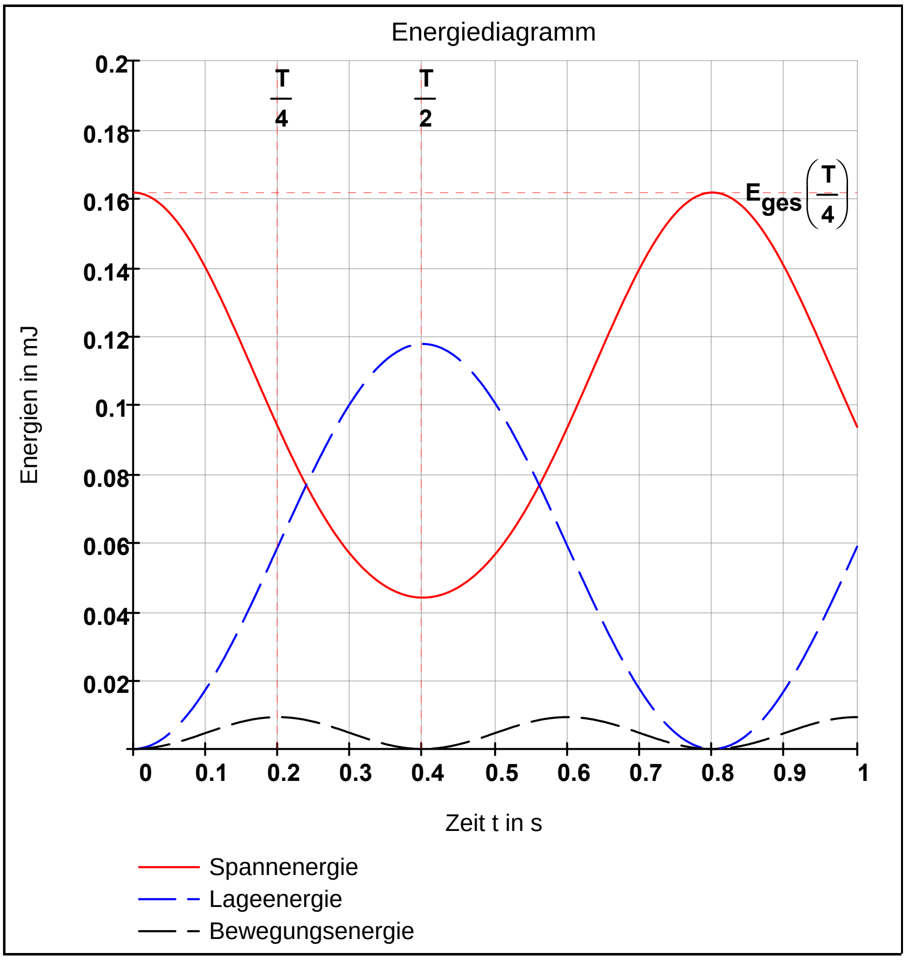
$E_{potu} := 0$ $\qquad$ $E_{potu} = 0$

$E_{spannu} := \frac{1}{2} \cdot D \cdot \left(\Delta y + y_0\right)^2$ $\qquad$ $E_{spannu} = 0.162\,J$

$E_{kinu} := 0$ $\qquad$ $E_{kinu} = 0$

$E_{gesu} := E_{potu} + E_{spannu} + E_{kinu}$ $\qquad$ $E_{gesu} = 0.162\,J$

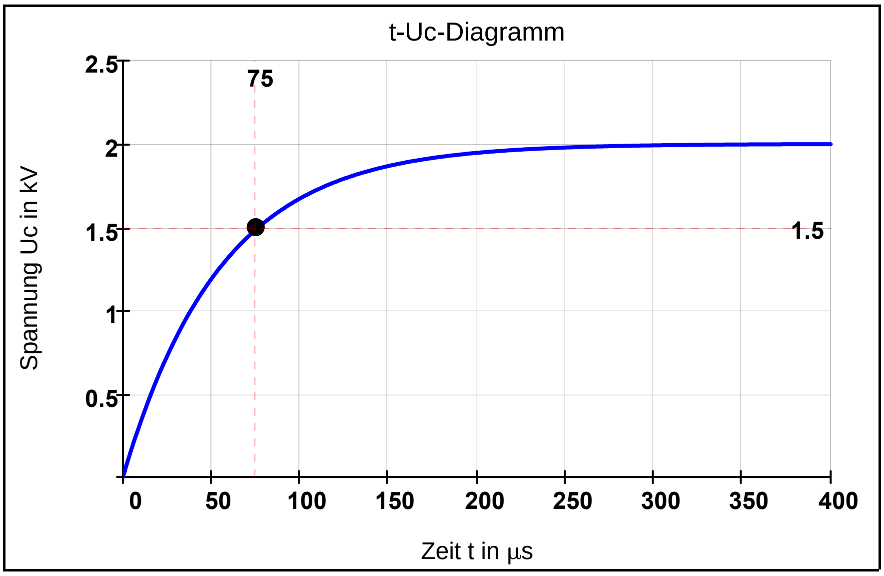
Graphische Darstellung in der Prüfung nicht verlangt.



Teilaufgabe 2.0 (4 BE)

Ein Plattenkondensator mit dem Plattenabstand $d_0 = 1.8\ \text{cm}$, der Plattenfläche $A_0 = 750\ \text{cm}^2$ und mit Luft als Dielektrikum ($\varepsilon_r = 1.00$) wird mit einem ohmschen Widerstand $R_0 = 1.5\ \text{M}\Omega$ in Reihe geschaltet. Diese Reihenschaltung wird zum Zeitpunkt $t_0 = 0\ \text{s}$ an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 2.0\ \text{kV}$ angeschlossen.

Ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0\ \text{s}$ wächst die am Kondensator abfallende Spannung U_C mit der Zeit t an. Die Abhängigkeit der Sapnnung U_C von der Zeit t ist im unten stehenden t-U_C-Diagramm dargestellt.



Teilaufgabe 2.1.0

Die Stärke J des Ladestroms nimmt mit der Zeit exponentiell ab.

Teilaufgabe 2.1.1 (5 BE)

Berechnen Sie den Anfangswert $J(0\ \text{s})$ der Stromstärke J und ermitteln Sie mithilfe des t-U_C-Diagramms die Stromstärke $J(75\ \mu\text{s})$.

[Teilergebnis: $J(75\ \mu\text{s}) = 0.33\ \text{mA}$]

$J(0 \cdot s) = \dfrac{U_0}{R_0} = J_0$ $\quad J_0 := \dfrac{2.0 \cdot 10^3 \cdot V}{1.5 \cdot 10^6 \cdot \frac{V}{A}}$ $\quad \boxed{J_0 = 1.33 \times 10^{-3}\ A}$

Für die Spannungsabfälle bei der Reihenschaltung gilt: $U_0 = U_C + U_R$

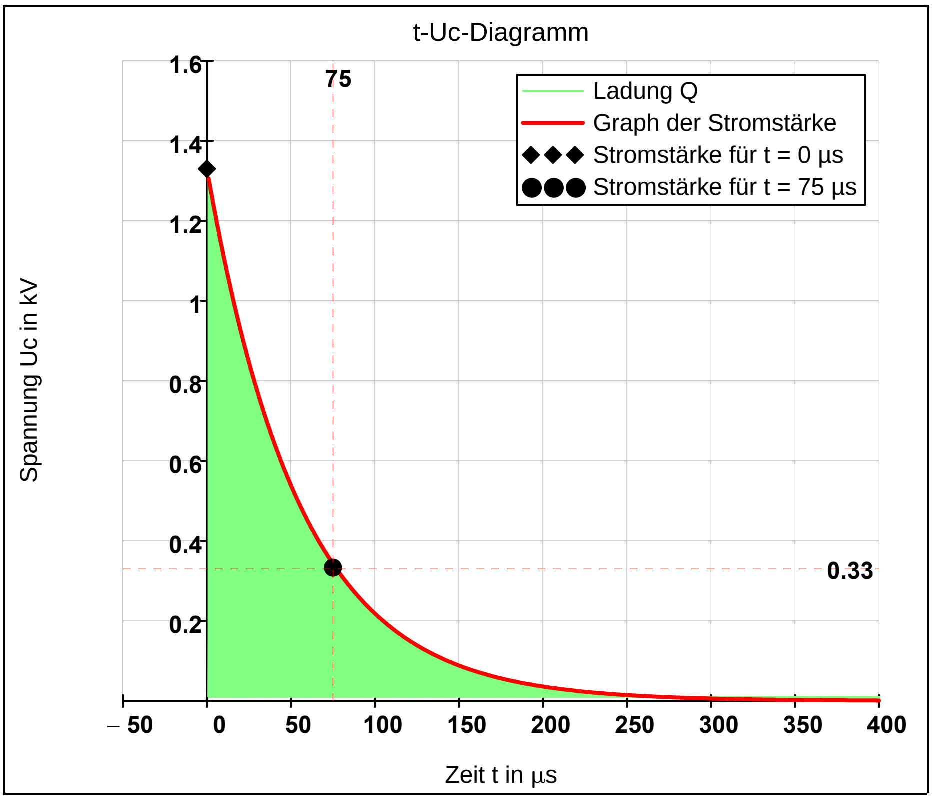
Spannungsabfall am ohmschen Widerstand: $U_R = U_0 - U_C$

Ablesen aus dem Diagramm: $U_{C1} = U_C\left(75 \cdot 10^{-6} \cdot s\right) = 1.5 \cdot kV$

eingesetzt: $U_{R1} = 2.0 \cdot kV - 1.5 \cdot kV = 0.5 \cdot kV$

Stromstärke: $J_1 = \frac{U_{R1}}{R_0}$ $\quad J_1 := \frac{0.5 \cdot 10^3 \cdot V}{1.5 \cdot 10^6 \cdot \frac{V}{A}}$ $\quad J_1 = 3.333 \times 10^{-4} A$

Teilaufgabe 2.1.2 (3 BE)
Skizzieren Sie das t-J-Diagramm für $0\ s \le t \le 400\ \mu s$.
Verwenden Sie dabei die Ergebnisse von 2.1.1.



Teilaufgabe 2.2.0
Der Ladevorgang ist beendet. Der Kondensator trägt nun die Ladung Q_0. Zwischen den Platten des Kondensators herrscht ein homogenes elektrisches Feld, in dem die Energie W_0 gespeichert ist.

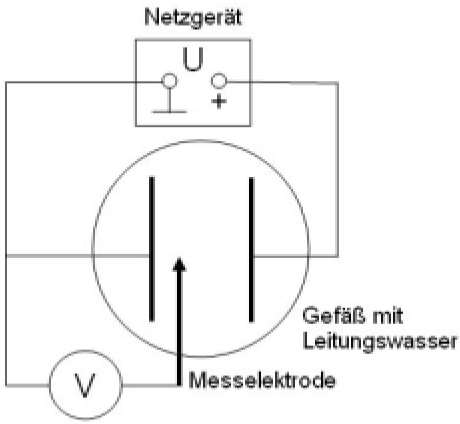
Teilaufgabe 2.2.1 (5 BE)
Berechnen Sie Q_0 und W_0.
Kennzeichnen Sie die Ladung Q_0 im Diagramm von Teilaufgabe 2.1.2.

$C_0 = \frac{Q_0}{U_0}$ $\quad \Rightarrow \quad Q_0 = C_0 \cdot U_0$ $\quad Q_0 := \frac{\varepsilon_0 \cdot A_0}{d_0} \cdot U_0$ $\quad Q_0 = 7.4 \times 10^{-8} C$

$W_0 = \frac{1}{2} \cdot C_0 \cdot U_0^2$ $\quad W_0 := \frac{1}{2} \cdot 3.7 \cdot 10^{-11} \cdot F \cdot \left(2.0 \cdot 10^3 \cdot V\right)^2$ $\quad W_0 = 7.4 \times 10^{-5} J$

Teilaufgabe 2.2.2 (6 BE)
Es soll experimentell bestätigt werden, dass das elektrische Feld zwischen den geladenen Kondensatorplatten homogen ist.
Beschreiben Sie dafür einen geeigneten Versuch.

Versuchsanordnung



Versuchsbeschreibung

In einem Glasgefäß mit Leitungswasser befinden sich zwei Elektroden. Eine Elektrode ist mit dem positiven Pol einer Gleichspannungsquelle verbunden, die andere ist geerdet.
Mit einer Messelektrode, die mit einem statischen Voltmeter verbunden ist, wird das **Potential φ** zwischen den beiden stabförmigen Elektroden ausgemessen.

Versuchsergebnis

Bewegt man die Messelektrode im elektrischen Feld parallel zu den Kondensatorplatten, so zeigt das statische Voltmeter ein konstantes Potential an. Die Spitze der Metallsonde bewegt sich auf einer ***Äquipotentiallinie***.
Bewegt man die Messelektrode im elektrischen Feld senkrecht zu den Kondensatorplatten, so nimmt das Potential linear mit dem Abstand von der negativ geladenen (geerdeten) Platte zu.

Es gilt: $\mathbf{E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta d}}$ ist konstant

Teilaufgabe 2.3.0
Der Kondensator ist auf die Spannung $\mathbf{U_0 = 2.0 \cdot kV}$ aufgeladen und wird nun von der Spannungsquelle getrennt. Dann wird der Plattenabstand d variiert.

Teilaufgabe 2.3.1 (5 BE)
Untersuchen Sie durch allgemeine Rechnung, ob und gegebenenfalls wie die Kapazität C des Kondensators, die Spannung U_C zwischen den Kondensatorplatten und der Energieinhalt W_{el} des elektrischen Feldes vom Plattenabstand d abhängig sind.

Spannungsquelle getrennt, d. h. **Q = konstant**

$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \quad \Rightarrow \quad C \sim \frac{1}{d}$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \cdot d \quad \Rightarrow \quad U \sim d$$

$$W_{el} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U \quad \Rightarrow \quad W_{el} \sim d$$

Teilaufgabe 2.3.2 (4 BE)
Der Plattenabstand d wird von $d_0 = 1.8\ cm$ auf $d_1 = 2.5\ cm$ vergrößert.

Berechnen Sie die Arbeit W, die beim Vergrößern des Plattenabstandes gegen die Anziehungskräfte der beiden ungleichnamig geladenen Kondensatorplatten verrichtet wird.

$$\Delta W_{el} = W_1 - W_0 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U_1 - \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U_0 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot \left(\frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \cdot d_1 - \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \cdot d_0 \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{\varepsilon_0 \cdot A} \cdot (d_1 - d_0)$$

$$\Delta W_{el} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(7.4 \times 10^{-8}\ C\right)^2}{\left(8.854 \times 10^{-12} \cdot \frac{A \cdot s}{V \cdot m}\right) \cdot 750 \cdot 10^{-4} \cdot m^2} \cdot \left(2.5 \cdot 10^{-2} \cdot m - 1.8 \cdot 10^{-2} \cdot m\right)$$

$$\Delta W_{el} = 2.9 \times 10^{-5}\ J$$