Satz des Pythagoras, pythagoreische Zahlen

1. Der Satz des Pythagoras

In einem ebenen rechtwinkligen Dreieck gilt: Die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate ist gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrats:

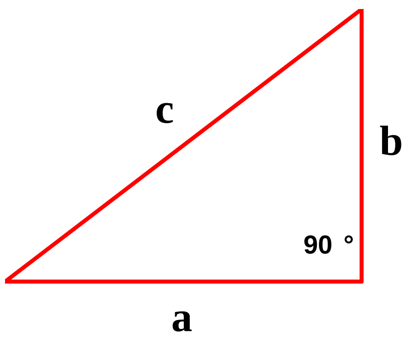
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Pythagoras von Samos
(* 570 v. Chr., + nach 510 v. Chr.)
griechischer Philosoph

Mit freundlicher Genehmigung von:

http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/PictDisplay/Pythagoras.html

Definition



Beweis

Anwendung des Kathetensatzes für jede Kathete:

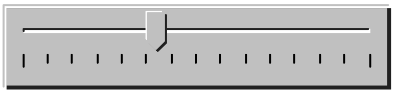
1. Kathete: $a^2 = p \cdot c$;

2. Kathete: $b^2 = q \cdot c$;

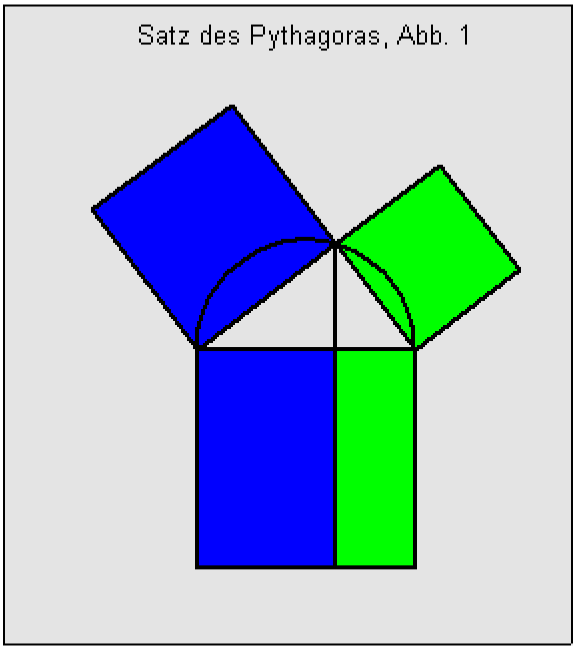
Summe: $a^2 + b^2 = p \cdot c + q \cdot c = (p + q) \cdot c = c \cdot c = c^2$

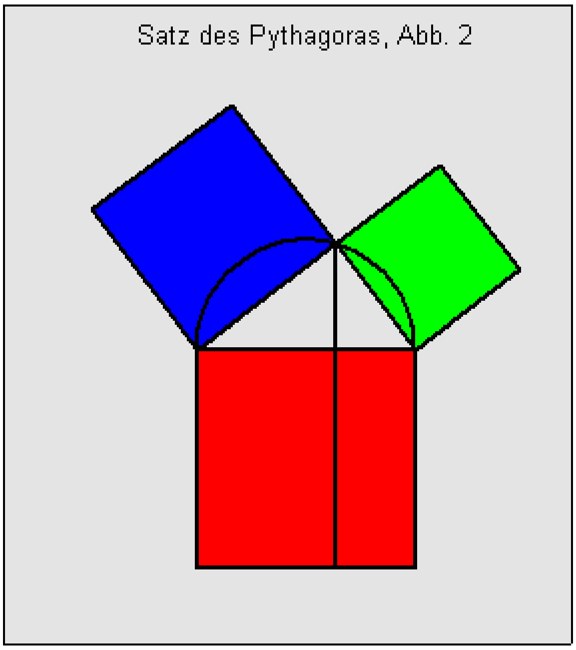
Dynamische Veranschaulichung

Wählen Sie den Winkel des Umkreispunktes:



Hypotenusenabschnitt:





Längen der Katheten: $|BC| = 12.036$ $|AC| = 15.973$

Länge der Hypotenuse: $|AB| = 20$

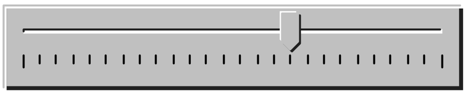
Flächen : $(|BC|)^2 + (|AC|)^2 = 400$ $(|AB|)^2 = 400$

2. Pythagoreische Zahlentripel

Ein pythagoreisches Zahlentripel ist eine Gruppe von drei ganzen Zahlen, für die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ gilt. Es gibt unendlich viele solcher Tripel.
So kann man sie z. B. finden:

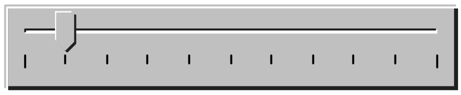
$a = 2 \cdot p \cdot q$; $b = p^2 - q^2$; $c = p^2 + q^2$ oder $a = p^2 - q^2$; $b = 2 \cdot p \cdot q$; $c = p^2 + q^2$

Wählen Sie die Anzahl n der pythagoreischen Zahlen:



$n = 16$

Wählen Sie das pythagoreische Zahlentripel:

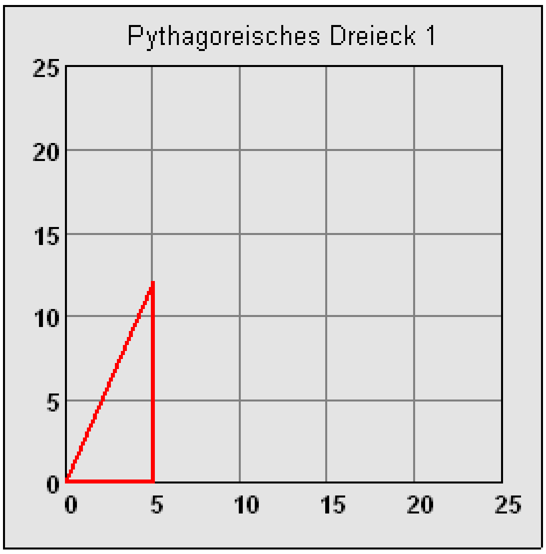


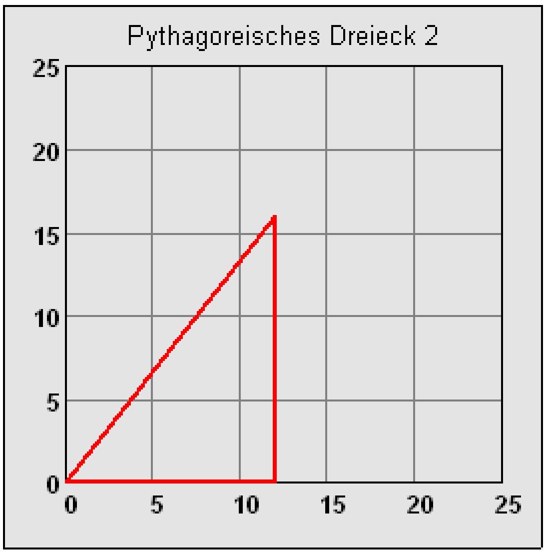
$k = 1$

Programm für pythagoreische Zahlen

Zahlen =

"1. Kathete"	"2. Kathete"	"Hypotenuse"
4	3	5
12	5	13
8	6	10
15	8	17
12	9	15
16	12	20





Zahlen aus Zeile = 2

$$\text{Zahlentripel} = \begin{pmatrix} \text{"a"} & \text{"b"} & \text{"c"} \\ 12 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

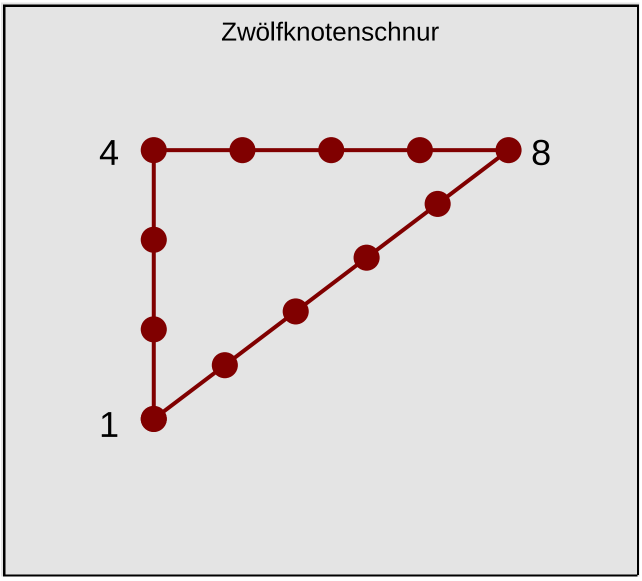
Zahlen aus Zeile = 6

$$\text{Zahlentripel} = \begin{pmatrix} \text{"a"} & \text{"b"} & \text{"c"} \\ 16 & 12 & 20 \end{pmatrix}$$

Anwendung

Schon im alten Ägypten verwendeten die ***Seilspanner*** beim Bau der Pyramiden den Satz des Pythagoras. Mit Hilfe einer ***Zwölfknotenschnüren*** erzielten sie einen genauen rechte Winkel:
Ein langes Seil wird durch Knoten in 12 gleich lange Stücke geteilt und durch Pflöcke im Verhältnis 5:4:3 (Pythagoreisches Tripel) zu einem Dreieck aufgespannt. Dieses besitzt immer einen ***rechten Winkel*** (90°-Winkel).

Darstellung



Wird das Seil am ersten, vierten und achten Knoten festgehalten, entsteht am 4. Knoten ein rechter Winkel.