Gertrud Sälzle, Berufliche Oberschule Neu-Ulm

Einführung in Mathcad
Teil 2 - Kurvenscharen, Integralrechnung, Newton-Verfahren

6. Darstellung einer Kurvenschar

$$g(x,a) := \frac{1}{2}\cdot(x-3)\cdot(x+1)\cdot(x-a)$$

Wegen der Umdefinition von "g": Menü "Extras"-->"Einstellungen" -->"Warnmeldungen" deaktivieren

Wählen Sie:

$a_0 := 5 \qquad g(x,a_0) \rightarrow (x+1)\cdot(x-5)\cdot\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\right)$

$a_1 := 1 \qquad g(x,a_1) \rightarrow (x-1)\cdot(x+1)\cdot\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\right)$

Spezialfälle:

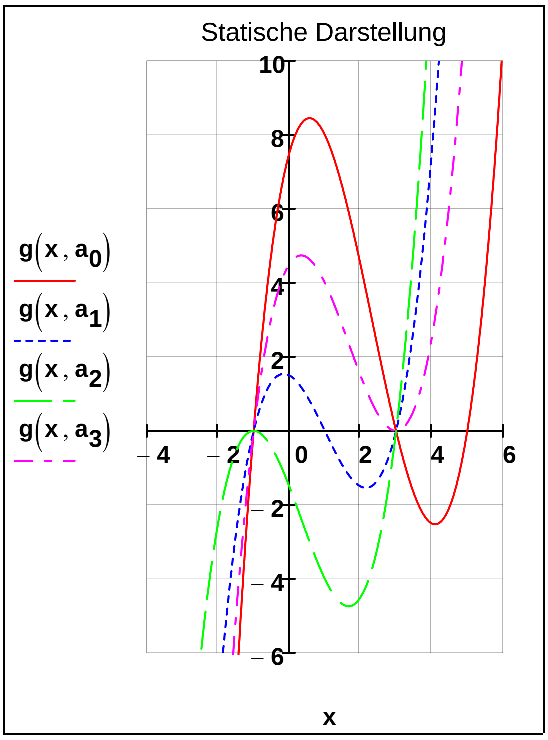
$a_2 := -1 \qquad g(x,a_2)\ \text{Faktor}, \frac{1}{2} \rightarrow \frac{(x+1)^2\cdot(x-3)}{2}$

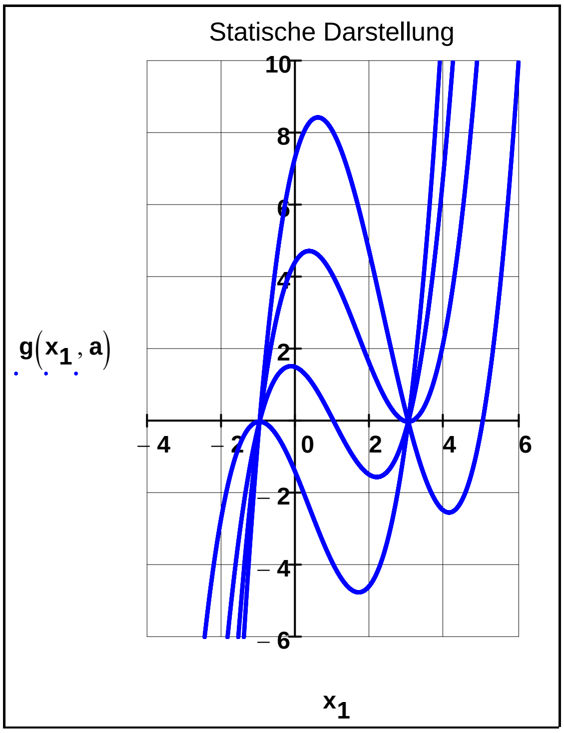
$a_3 := 3 \qquad g(x,a_3)\ \text{Faktor}, \frac{1}{2} \rightarrow \frac{(x+1)\cdot(x-3)^2}{2}$

oder: $a := -1, 1 .. 5$

Spur auf **"Punkte"** stellen und die "Dichte" wählen, z.B.:

$x_1 := -4, -3.999 .. 6$





Vorteil: Jede Spur kann formatiert werden. Jeder gewünschter Parameterwert kann eingegeben werden.
Nachteil: Viele Spuren

Vorteil: Nur eine Spur
Nachteil: Alle Spuren in derselben Farbe
Nur gleichmäßige Wahl des Parameters

7. Animation einer Kurvenschar

$a_0 := \frac{FRAME - 10}{5}$ Frame von 0 bis 30

Vektor erzeugen: Menü "Rechnen" ---> "Matrix" ---> "Matrix einfügen"

Anzahl der Zeilen (hier 3) und Spalten (hier 1) wählen.

Darstellung der Nullstellen: $xN := \begin{pmatrix} a_0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $yN := \overrightarrow{g(xN, a_0)} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Für die Anzeige "Art der Nullstellen" **programmieren:**

zunächst diesen Vektor schreiben: $\text{Nullstellen} := \begin{pmatrix} \text{"eine zweifache"} \\ \text{"eine einfache"} \end{pmatrix}$

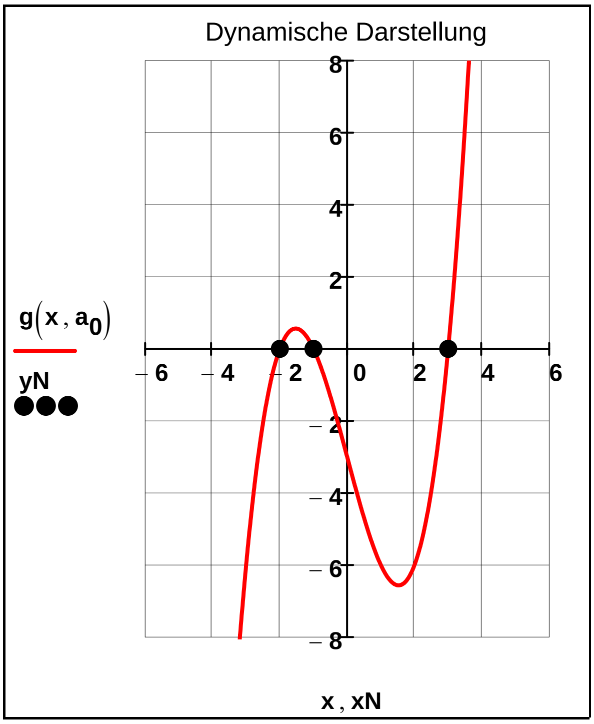
Vektor mit dem blauen Curser vollständig markieren:

Menü "Rechnen" ---> "Programmierung" ---> "if"

Bedingung eingeben, dann: Menü "Rechnen" ---> "Programmierung" ---> "+1 Zeile"

$$\text{Nullstellen} := \left| \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \text{"eine zweifache"} \\ \text{"eine einfache"} \end{pmatrix} \text{ if } a_0 = -1 \vee a_0 = 3 \\ \text{"drei einfache" if } a_0 \neq -1 \wedge a_0 \neq 3 \end{array} \right.$$

-- Für die Animation komplett einrahmen --------------------------------



Momentaner Parameterwert:
$a_0 = -2$

Nullstellen = "drei einfache"

Abszissenwert: $xN = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

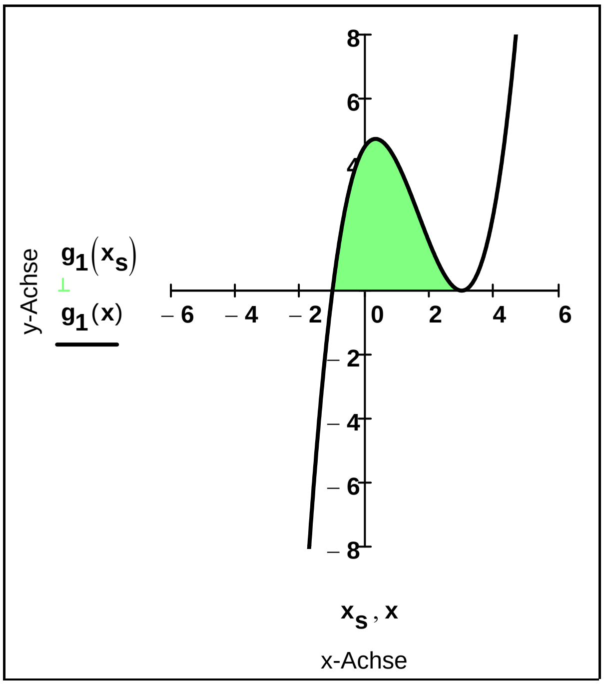
avi abspeichern und dann einfügen:
"Einfügen" --> "Objekt" -->
"Aus Datei erstellen" --> "Durchsuchen"
Häkchen setzen bei "Verknüpfen"
und bei "Symbol"

-- bis hierher ---

8. Fläche zwischen Graph einer Funktion und x-Achse

$g_1(x) := g(x, 3)$ **Faktor** $\rightarrow \frac{(x+1)\cdot(x-3)^2}{2}$

Schraffurbereich: $x_s := -1, -0.99 .. 3$



Schraffur:
für die erste Spur "Stamm" wählen

Graph der Funktion:
für die zweite Spur "Linie" wählen

"Argumente ausblenden"

9. Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen

$f(x) := \frac{3\cdot x}{2} + \frac{9}{2}$

Zuerst Berechnung der Schnittpunkte:

$xS := g_1(x) = f(x) \rightarrow \frac{(x+1)\cdot(x-3)^2}{2} = \frac{3\cdot x}{2} + \frac{9}{2}$ **auflösen**, $x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

Abrufen der Zeilen aus dem Lösungsvektor mit **"Feldindex"**:
1. Tastenkombination "AltGr 8"
2. Menü Ansicht --> Symbolleisten --> Rechnen --> Matrix --> x_n

2 Schnittpunkte: $x_{S1} := xS_1$ $x_{S1} = 0$ $x_{S2} := xS_3$ $x_{S2} = 5$

Differenzfunktion: $f(x) - g_1(x)$ erweitern $\rightarrow \frac{5\cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{2}$

Stammfunktion direkt über die unbestimmte Integration:

Integral erzeugen:

Menü Ansicht ---> Symbolleisten ---> Rechnen ---> Differential / Integral

$$F(x, C) := \int \left(f(x) - g_1(x)\right) dx + C \rightarrow \frac{5\cdot x^3}{6} - \frac{x^4}{8} + C$$

Betrag erzeugen:

Menü Ansicht ---> Symbolleisten ---> Rechnen --->Taschenrechner

Fläche: $A_1 := \left| \int_{x_{S1}}^{x_{S2}} \left(f(x) - g_1(x)\right) dx \right| \rightarrow \frac{625}{24}$ bzw.: $A_1 = 26.042$

Schraffur der Fläche:

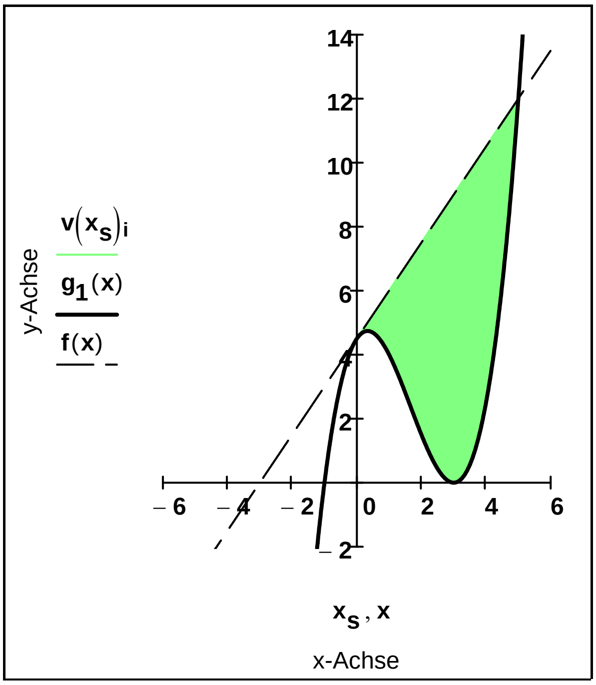
Funktionsterme als **"Vektor"** definieren:

$v(x) := \begin{pmatrix} f(x) \\ g_1(x) \end{pmatrix}$

1. Zeile entspricht "1" bei i
2. Zeile entspricht "2" bei i

$i := 1 .. 2$

Definition der Spur: $x_s := x_{S1}, x_{S1} + 0.01 .. x_{S2}$



Die Schraffur wird im Diagramm mit "Feldindex" i eingeben.

"Feldindex" wird erzeugt durch:

v(xs) AltGr 8 i

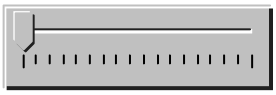
10. Das Newton'sche Näherungsverfahren

Gegeben ist die Funktion f mit dem Funktionsterm: $f(x) := \frac{1}{10}\left(x^3 - 2\cdot x - 5\right)$

Bestimmen Sie die Nullstelle mithilfe des Newton'schen Näherungsverfahrens.

Aus der Formelsammlung: $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f_x(x_i)}$

Wählen Sie den Startwert:

$x0 :=$ 

Mathsoft Slider Control-Objekt: Eigenschaften: 1 bis 18

Verfeinerung der Schritte: $x_1 := 3 - \frac{x0}{20}$

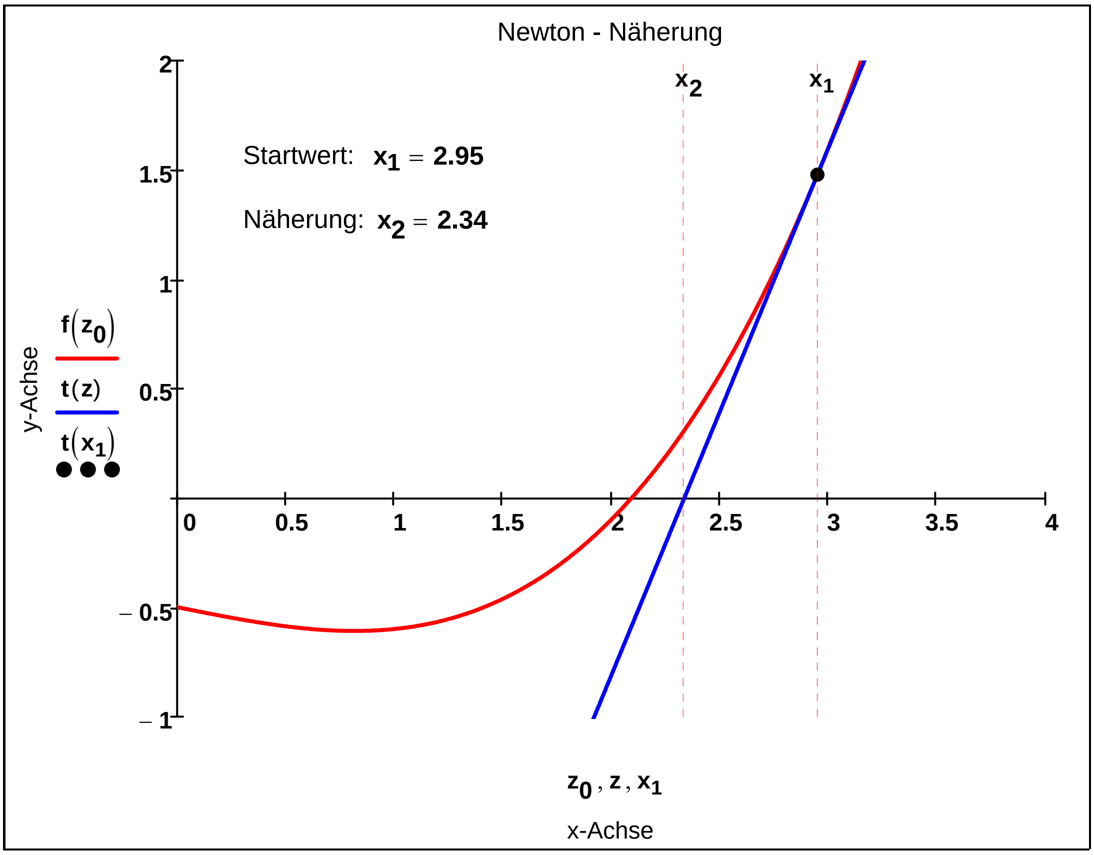
Ableitungsfunktion: $f_x(x) := \frac{d}{dx}f(x) \rightarrow \frac{3\cdot x^2}{10} - \frac{1}{5}$

Feldindex: $N := 5$ $\quad i := 1 .. N$ $\quad$ bei $\quad ORIGIN = 1$

Spur für die Graphik: $z_0 := 0, 0.01 .. 4$

Tangente: $t(z) := \left[f_x(x_1)\cdot(z - x_1) + f(x_1)\right]$

$x_2 := x_1 - \frac{f(x_1)}{f_x(x_1)}$ $\quad x_2 = 2.337$ $\quad x_{i+1} := x_i - \frac{f(x_i)}{f_x(x_i)}$



Iteration:

$x_i =$

2.95
2.3372290781
2.1222582905
2.0949741987
2.0945515821

Funktionswerte:

$f(x_i) =$

1.4772375000
0.3092982342
0.0314092848
0.0004719254
0.0000001122

Alle Indizes sind Feldindizes.

Nullstelle liegt bei:

$x_N = \mathbf{2.0945515821}$