

Ableitung und Stammfunktion von verketteten Exponential- und trigonometrischen Funktionen



• Übungsblatt

Beispiel 1

Funktion: $f(x) = e^{a \cdot x + b}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Ableitung: $f'(x) = a \cdot e^{a \cdot x + b}$

Stammfunktion: $F(x) = \int e^{a \cdot x + b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{a \cdot x + b} + c$

$$f(x) = e^{2 \cdot x}$$

$$f'(x) = 2 \cdot e^{2 \cdot x}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2 \cdot x} + c$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{2} \cdot x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x}$$

$$F(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x} + c$$

$$f(x) = e^{4 \cdot x + 3}$$

$$f'(x) = 4 \cdot e^{4 \cdot x + 3}$$

$$F(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{4 \cdot x + 3} + c$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{4} \cdot x + 3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{\frac{1}{4} \cdot x + 3}$$

$$F(x) = 4 \cdot e^{\frac{1}{4} \cdot x + 3} + c$$

Beispiel 2

Funktion: $f(x) = e^{a \cdot x^2 + b \cdot x + c}$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Ableitung: $f'(x) = (2 \cdot a \cdot x + b) \cdot e^{a \cdot x^2 + b \cdot x + c}$

Stammfunktion: nicht möglich

$$f(x) = e^{2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4}$$

$$f'(x) = (4 \cdot x + 3) \cdot e^{2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4}$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4}$$

$$f'(x) = (x + 3) \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4}$$

$$f(x) = e^{x^3}$$

$$f'(x) = (3 \cdot x^2) \cdot e^{x^3}$$

Beispiel 3

Funktion: $f(x) = e^{\frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}}$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Ableitung: $f'(x) = \left[\frac{a \cdot (c \cdot x + d) - (a \cdot x + b) \cdot c}{(c \cdot x + d)^2} \right] \cdot e^{\frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}}$

Stammfunktion: nicht möglich

$$f(x) = e^{\frac{2 \cdot x + 3}{4 \cdot x + 5}} \quad f'(x) = \left[\frac{2 \cdot (4 \cdot x + 5) - (2 \cdot x + 3) \cdot 4}{(4 \cdot x + 5)^2} \right] \cdot e^{\frac{2 \cdot x + 3}{4 \cdot x + 5}} = \left[\frac{-2}{(4 \cdot x + 5)^2} \right] \cdot e^{\frac{2 \cdot x + 3}{4 \cdot x + 5}}$$

Beispiel 4

Funktion: $f(x) = \sin(a \cdot x + b)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Ableitung: $f'(x) = a \cdot \cos(a \cdot x + b)$

Stammfunktion: $F(x) = \int \sin(a \cdot x + b) dx = \frac{-1}{a} \cdot \cos(a \cdot x + b) + c$

$$f(x) = \sin(2 \cdot x)$$

$$f'(x) = 2 \cdot \cos(2 \cdot x)$$

$$F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \cos(2 \cdot x)$$

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$$

$$F(x) = -2 \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$$

$$f(x) = \sin(2 \cdot x + 3)$$

$$f'(x) = 2 \cdot \cos(2 \cdot x + 3)$$

$$F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \cos(2 \cdot x + 3)$$

Beispiel 5

Funktion: $f(x) = \cos(a \cdot x + b)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Ableitung: $f'(x) = -a \cdot \sin(a \cdot x + b)$

Stammfunktion: $F(x) = \int \cos(a \cdot x + b) dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(a \cdot x + b) + c$

$$f(x) = \cos(2 \cdot x) \qquad f'(x) = -2 \cdot \sin(2 \cdot x) \qquad F(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot x)$$

$$f(x) = \cos\left(\frac{1}{2} \cdot x\right) \qquad f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot x\right) \qquad F(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$$

$$f(x) = \cos(2 \cdot x + 3) \qquad f'(x) = -2 \cdot \sin(2 \cdot x + 3) \qquad F(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot x + 3)$$

Beispiel 6

Funktion: $f(x) = \sin(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Ableitung: $f'(x) = -(2 \cdot a \cdot x + b) \cdot \cos(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$

Stammfunktion: nicht möglich

$$f(x) = \sin(2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1) \qquad f'(x) := (4 \cdot x + 3) \cdot \sin(2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1)$$

Beispiel 7

Funktion: $f(x) = \cos(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Ableitung: $f'(x) = -(2 \cdot a \cdot x + b) \cdot \sin(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$

Stammfunktion: nicht möglich

$$f(x) = \cos(2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1) \qquad f'(x) := -(4 \cdot x + 3) \cdot \sin(2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1)$$