Aufgaben zur Integralrechnung 2

1. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x)=\frac{x^2+2x+a^2-3}{x-1}$. Berechnen Sie die Fläche, die der Graph $G_{f_{\sqrt{3}}}$ für $a=\sqrt{3}$ mit der x-Achse einschließt. $[0{,}7042\ \text{FE}]$

2. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x)=\frac{-x^2+(a-1)x}{x+1}$. Berechnen Sie die Fläche, die der Graph G_{f_4} für $a=4$ mit der Asymptote im I. Quadranten einschließt. $[6{,}045\ \text{FE}]$

3. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x)=\frac{-2x^2-4x+a}{x^2}$. Der Graph G_0 und die Geraden mit den Gleichungen $y_0=-2$; $x_1=1$ und $x_2=4$ begrenzen ein Flächenstück. Berechnen Sie, in welchem Verhältnis der Graph G_4 den Inhalt des Flächenstückes teilt. $[(4\cdot\ln 4-3):3]$

4. Gegeben ist die Funktion $f(x)=\frac{-2x^2-2x+1}{2x^2}$. Der Graph von f, seine waagrechte Asymptote und die Gerade $x_0=2$ begrenzen im IV. Quadranten ein Flächenstück. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhaltes. $[0{,}64\ \text{FE}]$

5. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x)=\frac{x^2+4x+a}{x-1}$. Die Graphen G_{-8} und G_0 und die Geraden $x_1=2$ und $x_2=u\ \wedge\ u>2$ begrenzen ein Flächenstück, dessen Flächeninhalt die Maßzahl A(u) besitzt. Bestimmen Sie u so, dass der Flächeninhalt dieses Flächenstückes 16 FE beträgt. $[A(u)=8\cdot\ln(u-1)\ ;\ u=1+e^2]$

6. Gegeben ist die Funktion $f(x)=8\cdot\frac{x-3}{x^2-6x+10}$. Der Graph von f und die beiden Koordinatenachsen begrenzen im IV. Quadranten ein Flächenstück. Berechnen Sie die Maßzahl dieses Flächestückes. $[4\cdot\ln 10\ \text{FE}]$

7. Gegeben ist die Funktion $f(x)=\frac{x^2+x+4}{2x}$. Der Graph G_f und die Gerade $y_0=3$ umschließen im I. Quadranten ein Flächenstück. Berechnen Sie seine Maßzahl. $[0{,}98\ \text{FE}]$

8. Gegeben sind die Funktionen $f_a(x)=\frac{2x}{x^2+a}$. Berechnen Sie den Integralwert $I(u)=\int_0^u (f_1(x)-f_e(x))\,dx$ und den Grenzwert $\lim\limits_{u\to\infty} I(u)$ und interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch. $[1\ \text{FE}]$

9. Gegeben sind die Funktionen $f(x)=20\cdot\frac{x-1}{(x+1)^2}$ und $F(x)=\frac{a}{x+1}+b\cdot\ln(x+1)$. Berechnen Sie die Koeffizienten von $F(x)$ so, dass $F(x)$ Stammfunktion von $f(x)$ ist. Berechnen Sie dann die Fläche zwischen Graph und der Geraden $x_0=10$. $[a=40;\ b=20]$