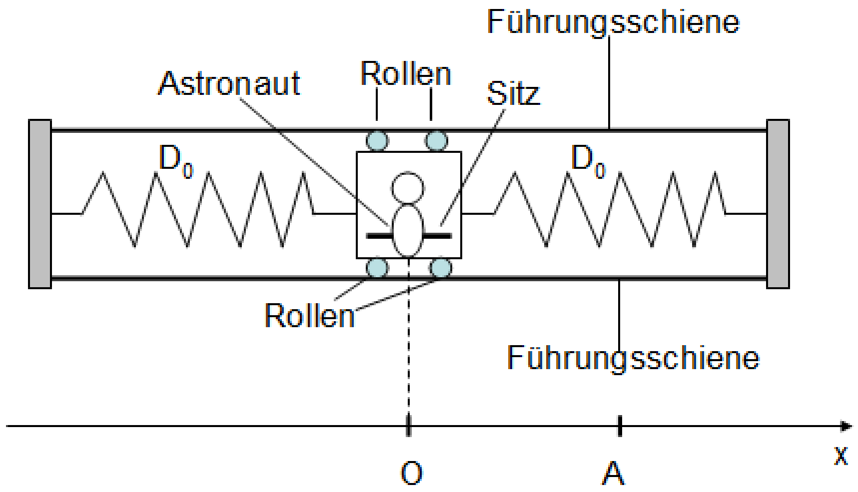
Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2012

- **Physik 12 Technik - Aufgabe II - Lösung**

Teilaufgabe 1.0
Die Raumstation ISS ist das zurzeit größte künstliche Flugobjekt im Erdorbit. Ihre mittlere Flughöhe über der Erdoberfläche beträgt $h = 350\ \text{km}$. Für die folgenden Aufgaben soll angenommen werden, dass sich ISS antriebslos auf einer Kreisbahn um die Erde bewegt.
Die Erde hat die Masse $m_E = 5.977 \cdot 10^{24} \cdot \text{kg}$ und den Radius $r_E = 6.368 \cdot 10^{6} \cdot \text{m}$.



Teilaufgabe 1.1 (5 BE)
Leiten Sie aus dem Gravitationsgesetz eine Formel her, mit der sich der Betrag v der Bahngeschwindigkeit der Raumstation ISS aus den unter 1.0 gegebenen Größen berechnen lässt. Berechnen Sie v mit dieser Formel.

$$F_Z = F_{Grav} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m_0 \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot m_E \cdot m_0}{r^2} \quad \Leftrightarrow \quad v^2 = G \cdot \frac{M_E}{r}$$

Auflösen:

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_E}{r_E + h}} \qquad v := \sqrt{\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 5.977 \cdot 10^{24} \cdot kg}{6.368 \cdot 10^{6} \cdot m + 350 \cdot km}} \qquad v = 7.71 \times 10^{3} \frac{m}{s}$$

Teilaufgabe 1.2 (3 BE)
Die Raumstation benötigt für einen vollen Umlauf die Zeit T.
Berechnen Sie T in der Einheit Stunden.

Formelsammlung:

$$T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{(r_E + h)^3}{G\cdot m_E}} \qquad T := 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{\left(6.368\cdot10^6\cdot m + 350\cdot10^3\cdot m\right)^3}{6.673\cdot10^{-11}\cdot\frac{m^3}{kg\cdot s^2}\cdot5.977\cdot10^{24}\cdot kg}}$$

$$T = 5478\,s \qquad \boxed{T = 1.522\cdot h}$$

Teilaufgabe 1.3 (4 BE)
Die Masse eines Astronauten wird auf der Erde mithilfe einer Balkenwaage gemessen. Zu den regelmäßigen medizinischen Kontrolluntersuchungen an Bord der Raumstation gehört es auch, dass immer wieder die Masse des Astronauten bestimmt wird.
Erläutern Sie, warum an Bord der Raumstation die Masse des Astronauten nicht mit einer Balkenwaage bestimmt werden kann.

Die ISS bewegt sich auf einer Kreisbahn um die Erde, sie ist also ein bewegtes Bezugssystem, in dem die Zentrifugalbeschleunigung als Scheinbeschleunigung wikt. Diese ist der auf den jeweiligen Körper wirkenden Schwerbeschleunigung entgegengerichtet und gleich groß. Der Astronaut in der ISS erfährt beide Kräfte, die in jedem Moment entgegengesetzt und gleich groß sind und sich daher gegenseitg aufheben. Wirkt keine weitere Kraft, fühlt sich der Astronaut ***schwerelos***.

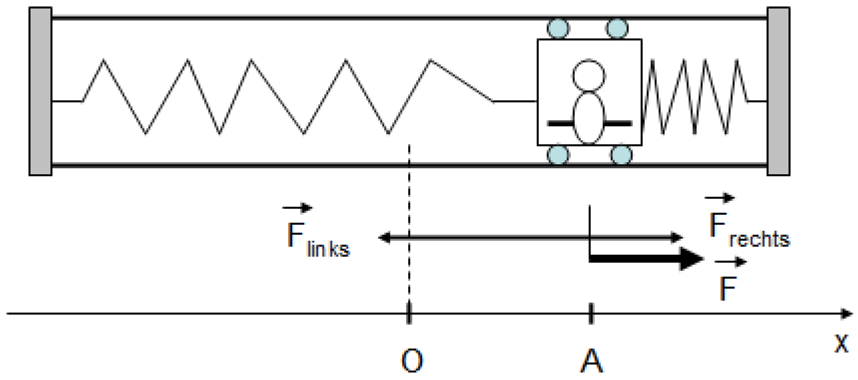
Gleichgewichtsbedingung: $F_Z = F_{Grav}$

Es gibt keine weitere Kraftwirkung, die Astronauten befinden sich im schwerelosen Zustand.
Auf einer Waage wird keine Gewichtskraft und damit auch keine Masse angezeigt.

Teilaufgabe 1.4.0
Die untenstehende Skizze zeigt eine Anordnung ***(Astronautenwaage)***, mit der die Masse m_A eines Astronauten an Bord der Raumstation bestimmt werden kann. Der Astronaut nimmt auf einem Sitz Platz, der zwischen zwei Schraubenfedern mit der Federkonstanten $D_0 = 3.8\cdot10^2\cdot\frac{N}{m}$ eingespannt ist. Jede der beiden federn ist um 60 cm vorgedehnt. Der Astronaut, der Sitz und die beiden Federn bilden ein schwingungsfähiges System. Ein Kollege lenkt den Sitz mit dem Astronauten um $A = 46\ cm$ aus und lässt dann den Sitz zum Zeitpunkt $t_0 = 0\ s$ aus der Ruhe heraus los. Der Sitz mit dem Astronauten schwingt nun harmonisch mit der Periodendauer $T = 2.0\ s$ um die Ruhelage O hin und her. Die reibung in den Rollenlagern und die Reibung zwischen den Rollen und den Führungsschienen sind vernachlässigt klein.
Die potentielle Energie des schwingungsfähigen Systems sei dann gleich null, wenn sich der Sitz mit dem Astronauten in der Ruhelage O befindet.

Teilaufgabe 1.4.1 (5 BE)

Berechnen Sie anhand eines Kräfteplanes den Betrag F der Kraft $\vec{F}$, die der Kollege ausüben muss, um dem Sitz mit dem Astronauten die Elongation $A = 46\ cm$ zu erteilen.



$$F = F_{links} - F_{rechts} = D_0 \cdot (l + A) - D_0 \cdot (l - A)$$

$$F = D_0 \cdot l + D_0 \cdot A - D_0 \cdot l + D_0 \cdot A = 2 \cdot D_0 \cdot A$$

$F := 2 \cdot 3.8 \cdot 10^2 \cdot \frac{N}{m} \cdot 0.46 \cdot m$ $\qquad F = 349.6\,N$ $\qquad$ gerundet: $\quad F = 3.5 \times 10^2\,N$

Teilaufgabe 1.4.2 (4 BE)

Das unter 1.4.0 beschriebene schwingungsfähige System hat die Richtgröße $D = 7.6 \cdot 10^2 \cdot \frac{N}{m}$.

Der Sitz besitzt die Masse $m_S := 10\ kg$.

Berechnen Sie die Masse m_A des Astronauten.

Formelsammlung:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_{ges}}{D}} \quad \Rightarrow \quad \frac{T}{2 \cdot \pi} = \sqrt{\frac{m_{ges}}{D}} \quad \Rightarrow \quad m_{ges} = \frac{T^2 \cdot D}{4 \cdot \pi^2}$$

$m_{ges} := \dfrac{(2.0 \cdot s)^2 \cdot 7.6 \cdot 10^2 \cdot \frac{N}{m}}{4 \cdot \pi^2}$ $\qquad m_{ges} = 77\,kg$

$m_A := m_{ges} - m_S$ $\qquad m_A = 67\,kg$

Teilaufgabe 1.4.3 (3 BE)
Berechnen Sie die Schwingungsenergie E_S des Systems. [Ergebnis: $E_S = 80 \cdot J$]

$$E_S = E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \qquad E_S := \frac{1}{2} \cdot 7.6 \cdot 10^2 \cdot \frac{N}{m} \cdot (0.46 \cdot m)^2 \qquad E_S = 80.4\,J$$

Teilaufgabe 1.4.4 (5 BE)
Die kinetische Energie E_{kin} und die potentielle Energie E_{pot} des schwingungsfähigen Systems sind abhängig von der zeit t.
Stellen Sie diese Abhängigkeiten für $0\ s \le t \le 2.0\ s$ in einem t-E-Diagramm dar.

Bewegungsgleichung: $x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$

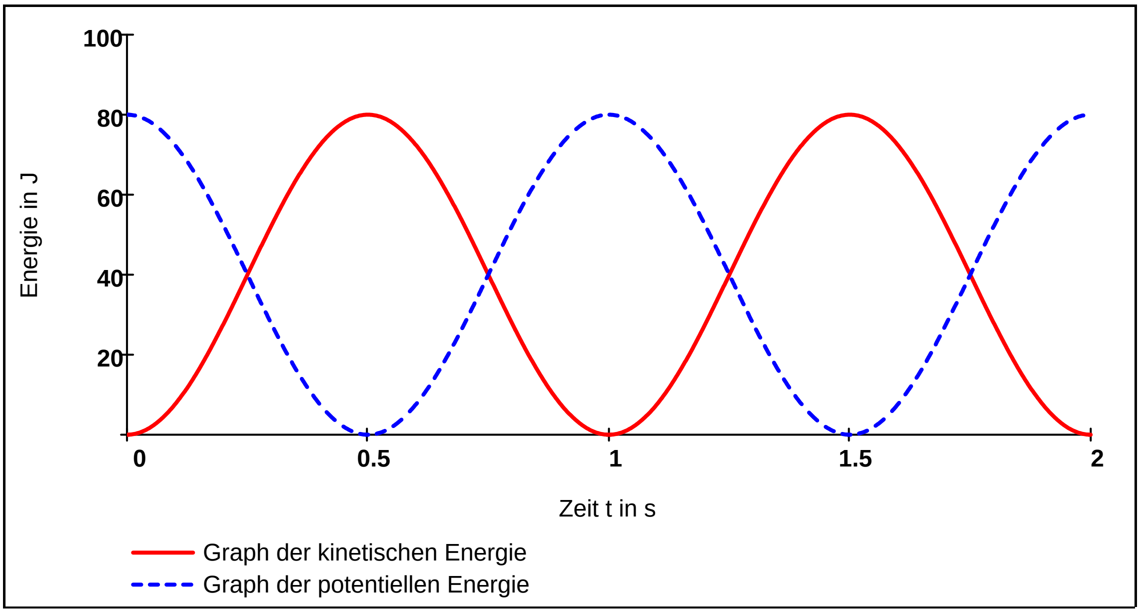
Geschwindigkeit: $v(t) = -A \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Konetische Energie: $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{ges} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m_{ges} \cdot A^2 \cdot (\sin(\omega \cdot t))^2$

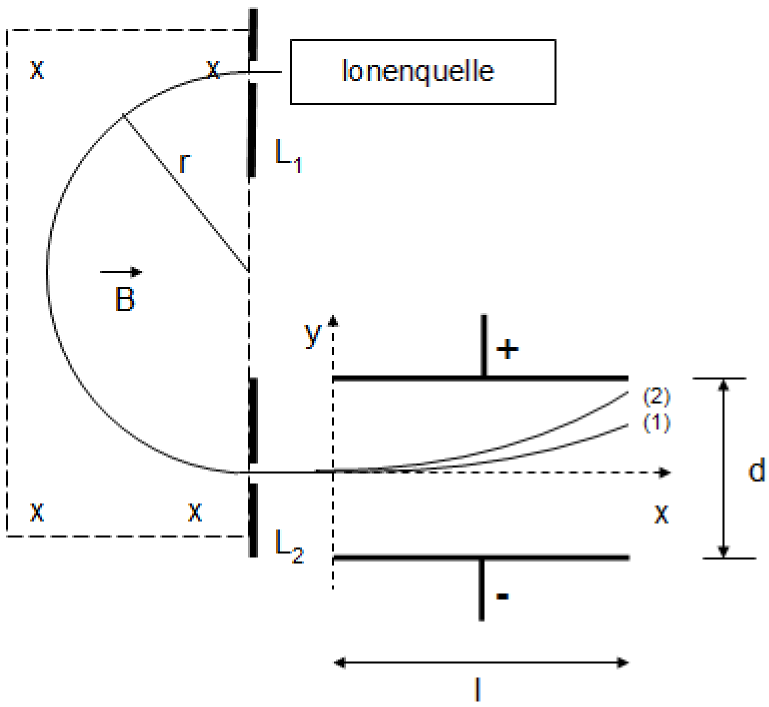
$$E_{kin}(t) := 80 \cdot J \cdot \left(\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{2.0 \cdot s} \cdot t\right)\right)^2$$

Potentielle Energie: $E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \cdot (\cos(\omega \cdot t))^2$

$$E_{pot}(t) := 80 \cdot J \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{2.0 \cdot s} \cdot t\right)\right)^2$$



Teilaufgabe 2.0
Aus einer Ionenquelle treten einfach positiv geladene Ionen der Lithiumisotope ^6Li und ^7Li mit unterschiedlich großen Geschwindigkeiten aus. Diese Ionen treten durch eine Lochblende L_1 in ein homogenes Magnetfeld mit der zeitlich konstanten Flussdichte $\vec{B}$ ein. In diesem Magnetfeld werden die Ionen so abgelenkt, dass sie einen Halbkreis durchlaufen.
Ionen, die durch die Lochblende L_2 gelangen, treten mittig zu den Platten und senkrecht zu den Feldlinien in das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators ein und bewegen sich in diesem Feld auf der Bahn (1) oder auf der Bahn (2).
Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum.
Die Masse eines $^7Li^+$ -Ions ist größer als die Masse eines $^6Li^+$ -Ions.
Die auf die Ionen wirkenden Gravitationskräfte können vernachlässigt werden.



Teilaufgabe 2.1.0
Nur Ionen, deren Impuls einen bestimmten Betrag p hat, passieren die Lochblende L_2.
B sei der Betrag der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ und r der Radius des Halbkreises, auf dem sich Ionen bewegen, deren Impuls den Betrag p hat.

Teilaufgabe 2.1.1 **(4 BE)**
Nennen Sie die Kraft, die ein Ion im Magnetfeld auf einen Halbkreis lenkt, und bestätigen Sie, dass gilt: $\mathbf{p = e \cdot B \cdot r}$

Lorentzkraft $\quad F_Z = F_L \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{m \cdot v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \quad \Leftrightarrow \quad m \cdot v = e \cdot B \cdot r$

$p = m \cdot v \qquad p = m \cdot v = e \cdot B \cdot r$

Teilaufgabe 2.1.2 **(2 BE)**
Berechnen Sie p für $B = 170\ mT$ und $r = 6.0 \cdot cm$.

$p := 1.6022 \cdot 10^{-19} \cdot A \cdot s \cdot 170 \cdot 10^{-3} \cdot T \cdot 6.0 \cdot 10^{-2} \cdot m$ $\qquad$ $p := 1.6 \cdot 10^{-21} \cdot N \cdot s$

Teilaufgabe 2.2.0
Die Platten des Kondensators sind quadratisch und haben die Seitenlänge $l = 8.0 \cdot cm$; der Plattenabstand beträgt $d = 2.0\ cm$. Am Kondensator liegt die Spannung $U = 70\ V$ an.
Ein Ion habe beim Eintritt in das elektrische Feld die Geschwindigkeit $\vec{v_0}$ mit dem Betrag v_0.

Teilaufgabe 2.2.1 **(5 BE)**
Zeigen Sie, dass sich die Flugbahn dieses Ions bezüglich des in der Skizze von 2.0 angegebenen x-y-Koordinatensystems durch folgende Gleichung beschreiben lässt.

$$y = \frac{e \cdot U}{2 \cdot m \cdot d \cdot v_0^2} \cdot x^2 \qquad \text{für } 0 \le x \le l$$

Zerlegung der Bewegung in Komponenten nach dem Superpositionsprinzip.

x-Richtung: $\quad x = v_0 \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0} \quad (1)$

y-Richtung: $\quad y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$

Beschleunigung: $\quad F_a = F_{el} \quad \Leftrightarrow \quad m \cdot a = q \cdot E \quad \Rightarrow \quad a = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \quad (3)$

(1) und (3) in (2): $\quad y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = \frac{e \cdot U}{2 \cdot m \cdot d \cdot v_0^2} \cdot x^2$

Teilaufgabe 2.2.2 **(6 BE)**
In das elektrische Feld des Kondensators gelangen nur diejenigen Ionen, deren Impuls $\vec{p_0}$ den Betrag $p_0 = 1.6 \cdot 10^{-21} N \cdot s$ hat. Bei der Bewegung durch das elektrische Feld werden die Ionen nach oben abgelenkt. Ionen des Lithiumisotops ^7Li erfahren bis zum Austritt aus dem elektrischen Feld die Ablenkung $s_0 = 8.0\ mm$.
Berechnen Sie mithilfe des Ergebnisses von 2.2.1 die Masse m_{Li} eines solchen Ions und den Betrag v_0 seiner Endgeschwindigkeit. [Teilergebnis: $m_{Li} = 1.1 \cdot 10^{-26} \cdot kg$]

Gegeben: $\quad y = s_0 = 8.0\ mm \qquad x = l = 8.0 \cdot cm \qquad d = 2.0 \cdot cm \qquad U = 70 \cdot V$

$$y = \frac{e \cdot U}{2 \cdot m_{Ion} \cdot d \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

Impuls $p_0 = m \cdot v_0$ einsetzen: $$y = \frac{e \cdot U}{2 \cdot m_{Ion} \cdot d \cdot \left(\frac{p_0}{m}\right)^2} \cdot x^2 = \frac{e \cdot U \cdot x^2}{2 \cdot d \cdot p_0^2} \cdot m$$

Auflösen: $\Rightarrow$ $$m_{Ion} = \frac{y \cdot 2 \cdot d \cdot p_0^2}{e \cdot U \cdot x^2} = \frac{s_0 \cdot 2 \cdot d \cdot p_0^2}{e \cdot U \cdot l^2}$$

Zahlen einsetzen: $$m_{Ion} := \frac{8.0 \cdot 10^{-3} \cdot m \cdot 2 \cdot 2.0 \cdot 10^{-2} \cdot m \cdot \left(1.6 \cdot 10^{-21} \cdot N \cdot s\right)^2}{1.6022 \cdot 10^{-19} \cdot A \cdot s \cdot 70 \cdot V \cdot \left(8.0 \cdot 10^{-2} \cdot m\right)^2}$$

Konkreter Wert: $$\boxed{m_{Ion} = 1.141 \cdot 10^{-26} \cdot kg}$$

Geschwindigkeit: $$v_0 = \frac{p_0}{m_{Ion}} \qquad v_0 := \frac{1.6 \cdot 10^{-21} \cdot N \cdot s}{1.1 \cdot 10^{-26} \cdot kg} \qquad \boxed{v_0 = 1.45 \times 10^5 \frac{m}{s}}$$

Teilaufgabe 2.2.3 (4 BE)

Begründen Sie, dass die Geschwindigkeit $\vec{v_{06}}$ eines Ions des Lithiumisotops ^{6}Li beim Eintritt in das elektrische Feld größer ist als die Eintrittsgeschwindigkeit $\vec{v_{07}}$ eines Ions des Lithium-isotops ^{7}Li , und erläutern Sie, welche der Bahnen (1) und (2) welchem Lithiumisotop zugeordnet werden muss.

Im Magnetfeld: $F_Z = F_L$ $$\frac{m_{Ion} \cdot v^2}{r} = q \cdot v \cdot B$$

Geschwindigkeit nach dem Durchlaufen des Halbkreisbogens beim Verlassen des Magnetfeldes:

$$v = \frac{q \cdot B \cdot r}{m_{Ion}}$$ Da q, r, B konstant, gilt: $v \sim \frac{1}{m_{Ion}}$

$\Rightarrow$ größere Masse bewirkt kleinere Geschwindigkeit

$$m_{07} > m_{06} \quad \Leftrightarrow \quad v_{07} < v_{06}$$