

## Die Betragsfunktion

### • Aufgaben und Lösungen



#### Aufgabe 1

Schreiben Sie folgende Funktionsterme  $g_i(x)$  betragsfrei und zeichnen Sie jeweils den Graphen der Funktion  $g_i$ .

Beschreiben Sie auch, wie sich der Graph von  $g_i$  im Vergleich zur Funktion  $f$  mit  $f(x) = |x|$  jeweils ändert.

a)  $g_1(x) := |x - 2|$

b)  $g_2(x) := |x + 2|$

c)  $g_3(x) := 2 \cdot |x - 2|$

d)  $g_4(x) := |x - 2| + 3$

e)  $g_5(x) := |2 - x|$

f)  $g_6(x) := \left| \frac{1}{2} \cdot x - 2 \right|$

#### Teilaufgabe a)

Funktionsterm:  $g_1(x) = |x - 2|$

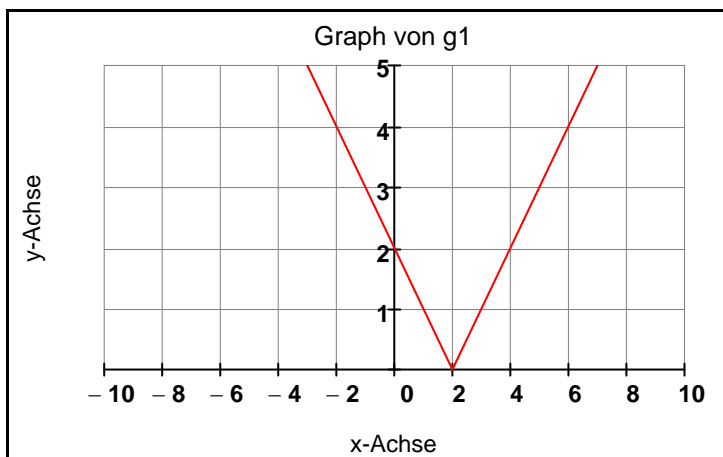
Fallunterscheidung:

1. Fall:  $x - 2 > 0$  auflösen,  $x \rightarrow 2 < x$

Funktionsterm:  $g_1(x)$  annehmen,  $x > 2 \rightarrow x - 2$

2. Fall:  $x - 2 < 0$  auflösen,  $x \rightarrow x < 2$

Funktionsterm:  $g_1(x)$  annehmen,  $x < 2 \rightarrow 2 - x$



Betragsfreie Darstellung:

$$g_1(x) := \begin{cases} (x - 2) & \text{if } x > 2 \\ 0 & \text{if } x = 2 \\ (-x + 2) & \text{if } x < 2 \end{cases}$$

Der Graph von  $g_1$  ist um 2 Längeneinheiten nach rechts verschoben.

**Teilaufgabe b)**

Funktionsterm:  $g_2(x) = |x + 2|$

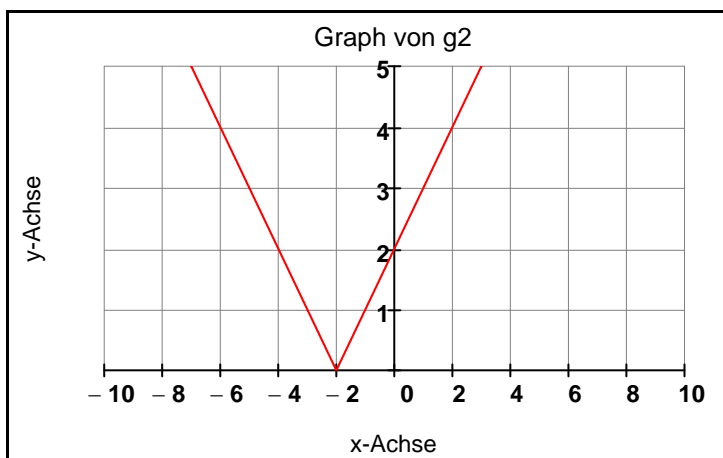
Fallunterscheidung:

1. Fall:  $x + 2 > 0$  auflösen,  $x \rightarrow -2 < x$

Funktionsterm:  $g_2(x)$  annehmen,  $x > -2 \rightarrow x + 2$

2. Fall:  $x + 2 < 0$  auflösen,  $x \rightarrow x < -2$

Funktionsterm:  $g_2(x)$  annehmen,  $x < -2 \rightarrow -x - 2$



Betragsfreie Darstellung:

$$g_2(x) := \begin{cases} (x + 2) & \text{if } x > -2 \\ 0 & \text{if } x = -2 \\ (-x - 2) & \text{if } x < -2 \end{cases}$$

Der Graph von  $g_2$  ist um 2 Längeneinheiten nach links verschoben.

**Teilaufgabe c)**

Funktionsterm:  $g_3(x) = 2 \cdot |x - 2|$

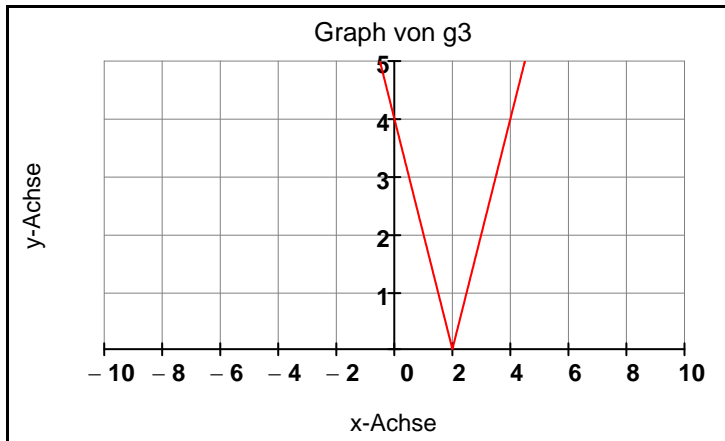
Fallunterscheidung:

1. Fall:  $x - 2 > 0$  auflösen,  $x \rightarrow 2 < x$

Funktionsterm:  $g_3(x)$  annehmen,  $x > 2 \rightarrow 2 \cdot x - 4$

2. Fall:  $x - 2 < 0$  auflösen,  $x \rightarrow x < 2$

Funktionsterm:  $g_3(x)$  annehmen,  $x < 2 \rightarrow 4 - 2 \cdot x$



Betragsfreie Darstellung:

$$g_3(x) := \begin{cases} (2 \cdot x - 4) & \text{if } x > 2 \\ 0 & \text{if } x = 2 \\ (-2 \cdot x + 4) & \text{if } x < 2 \end{cases}$$

Der Graph von  $g_3$  ist um 2 Längeneinheiten nach rechts verschoben und in y-Richtung gestreckt.

### Teilaufgabe d)

Funktionsterm:  $g_4(x) = |x - 2| + 3$

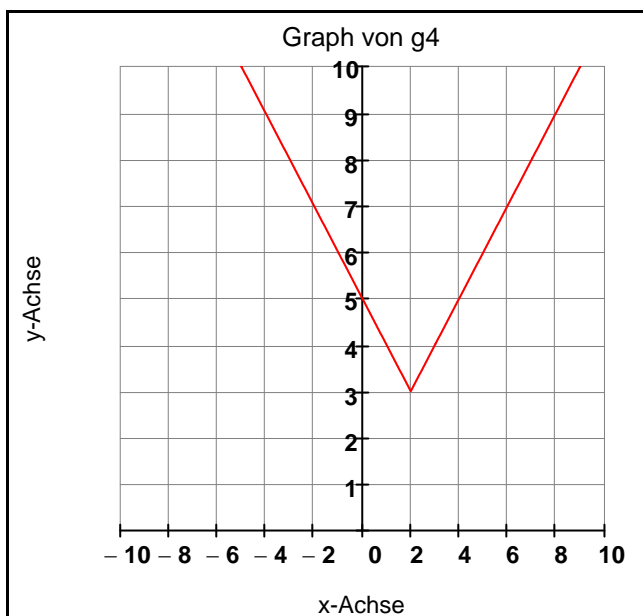
Fallunterscheidung:

1. Fall:  $x - 2 > 0$  auflösen,  $x \rightarrow 2 < x$

Funktionsterm:  $g_4(x)$  annehmen,  $x > 2 \rightarrow x + 1$

2. Fall:  $x - 2 < 0$  auflösen,  $x \rightarrow x < 2$

Funktionsterm:  $g_4(x)$  annehmen,  $x < 2 \rightarrow 5 - x$



Betragsfreie Darstellung:

$$g_4(x) := \begin{cases} (x + 1) & \text{if } x > 2 \\ 3 & \text{if } x = 2 \\ (-x + 5) & \text{if } x < 2 \end{cases}$$

Der Graph von  $g_4$  ist um 2 Längeneinheiten nach rechts verschoben und in y-Richtung um 3 Längeneinheiten nach oben.

**Teilaufgabe e)**

Funktionsterm:  $g_5(x) = |2 - x|$

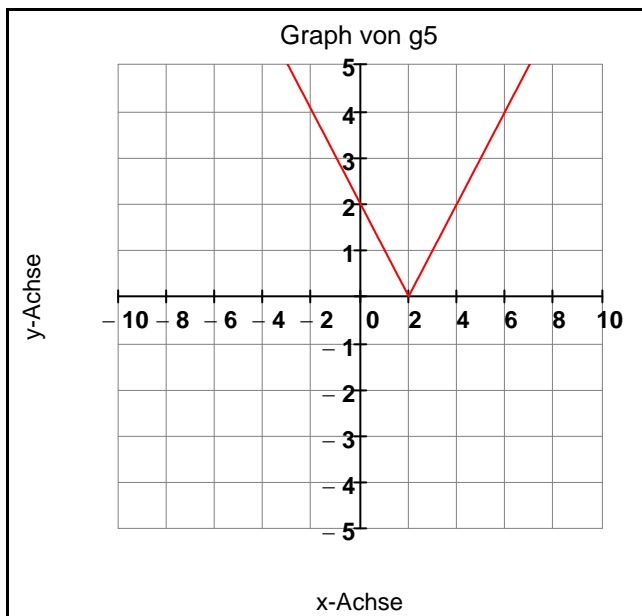
Fallunterscheidung:

1. Fall:  $2 - x > 0$  auflösen,  $x \rightarrow x < 2$

Funktionsterm:  $g_5(x)$  annehmen,  $x < 2 \rightarrow 2 - x$

2. Fall:  $2 - x < 0$  auflösen,  $x \rightarrow 2 < x$

Funktionsterm:  $g_5(x)$  annehmen,  $x > 2 \rightarrow x - 2$



Betragsfreie Darstellung:

$$g_5(x) := \begin{cases} 2 - x & \text{if } x > 2 \\ 0 & \text{if } x = 2 \\ x - 2 & \text{if } x < 2 \end{cases}$$

Der Graph von  $g_5$  ist um 2 Längeneinheiten nach rechts verschoben und an der x-Achse gespiegelt.

**Teilaufgabe f)**

Funktionsterm:  $g_6(x) = \left| \frac{x}{2} - 2 \right|$

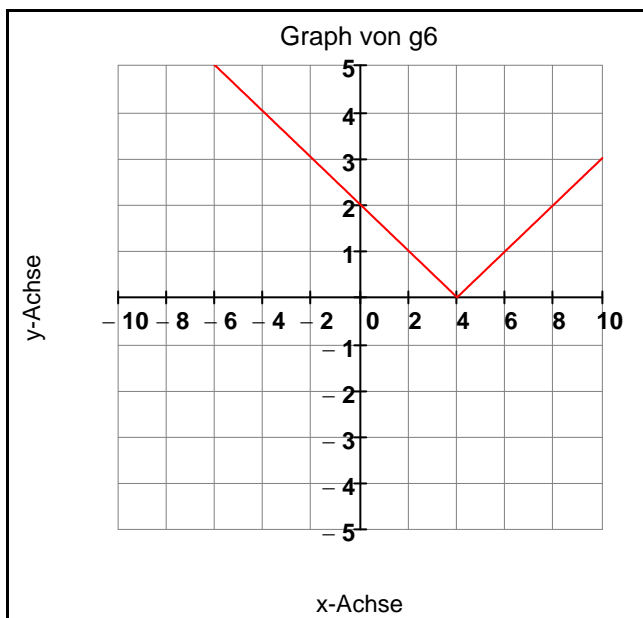
Fallunterscheidung:

1. Fall:  $\frac{x}{2} - 2 > 0$  auflösen,  $x \rightarrow 4 < x$

Funktionsterm:  $g_6(x)$  annehmen,  $x > 4 \rightarrow \frac{x}{2} - 2$

2. Fall:  $\frac{x}{2} - 2 < 0$  auflösen,  $x \rightarrow x < 4$

Funktionsterm:  $g_6(x)$  annehmen,  $x < 4 \rightarrow 2 - \frac{x}{2}$



Betragsfreie Darstellung:

$$g_6(x) := \begin{cases} \frac{x}{2} - 2 & \text{if } x > 4 \\ 0 & \text{if } x = 4 \\ -\left(\frac{x}{2} - 2\right) & \text{if } x < 4 \end{cases}$$

Der Graph von  $g_6$  ist um 4 Längeneinheiten nach rechts verschoben und in Richtung der y-Achse gestaucht.