Abschlussaufgabe 2010 - 13 Nichttechnik - A I

Teilaufgabe 1.0

Gegeben ist die Funktion $f(x) := \dfrac{x^2 - x}{2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 3}$ in der maximalen Definitionsmenge(1) $D_f \subset IR$.

Teilaufgabe 1.1 (8 BE)

Bestimmen Sie D_f und die Nullstelle von f und geben Sie Art der Definitionslücken(2) von f an.

Nennerpolynom: $n(x) := \mathbf{denom}(f(x)) \rightarrow 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 3$

Nennernullstellen: $n(x) = 0 \rightarrow 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 3 = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

Definitionsmenge: $D = IR \setminus \{ 1 ; 1.5 \}$

Zählerpolynom: $z(x) := \mathbf{numer}(f(x)) \rightarrow x^2 - x$

Zählernullstellen: $z(x) = 0 \rightarrow x^2 - x = 0 \text{ auflösen}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ nicht definiert

Nullstelle: **N(0/0)**

Art der Def.lücken: $x = 1$ stetig behebbare Def.lücke

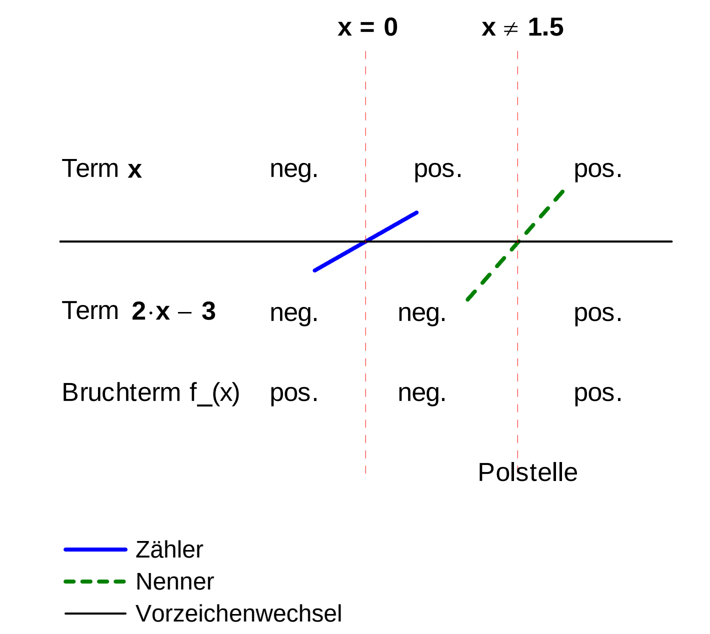
$x = \frac{3}{2}$ Postelle(3) 1.Ordnung

Teilaufgabe 1.2 (4 BE)

Zeigen Sie, dass die Funktion $f\_(x) := \dfrac{x}{2 \cdot x - 3}$ mit $D_{f\_} = IR \setminus \{1,5\}$ die stetige Fortsetzung von f ist, und ermitteln Sie die Intervalle, für die gilt: $f\_(x) > 0$ bzw. $f\_(x) < 0$.

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 3} = \frac{x \cdot (x - 1)}{2 \cdot (x - 1) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)} = \frac{x}{2 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)} = \frac{x}{2 \cdot x - 3}$$

Abb. 1: Vorzeichen des Funktionsterms



Teilaufgabe 1.3 **(5 BE)**
Geben Sie die Gleichungen aller Asymptoten des Graphen von **f_** an, zeichnen Sie die Asymptoten(4) in ein Koordinatensystem und skizzieren Sie mithilfe der bisherigen Ergebnisse den Graphen $\mathbf{G_{f\_}}$ von **f_** in das Koordinatensystem.

$\mathbf{x = 1.5}$ vertikale Asymptote mit VZW $\qquad$ $\mathbf{x = \frac{1}{2}}$ horizontale Asymptote

Abb. 2: Graph von f mit Asymptoten