

Die Betragsfunktion, Aufgabe 2 - Lösung

Definition des Feldindex in Vektoren und Matrizen: **ORIGIN := 1****Aufgabe 2**

Schreiben Sie folgende Funktionsterme $h_i(x)$ betragsfrei und geben Sie jeweils die Definitionsmenge an.

Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen h_i mit den entsprechenden Punkten auf der Nahtstelle, sofern sie definiert sind.

a) $h_1(x) := |x + 2| - |x - 1|$

b) $h_2(x) := |x + 3| + |x - 2|$

c) $h_3(x) := \left| \frac{x - 2}{x + 1} \right|$

d) $h_4(x) := \frac{|x| + 1}{|x - 1| - 1}$

Teilaufgabe a)

Funktionsterm: $h_1(x) = |x + 2| - |x - 1|$

Definitionsmenge: $D = \mathbb{R}$

Fallunterscheidung:

1. Fall: $x + 2 > 0 \wedge x - 1 > 0$ auflösen, $x \rightarrow 1 < x$

Funktionsterm: $|x + 2| - |x - 1|$ annehmen, $x > 1 \rightarrow 3$

2. Fall: $x + 2 < 0 \wedge x - 1 < 0$ auflösen, $x \rightarrow x < -2$

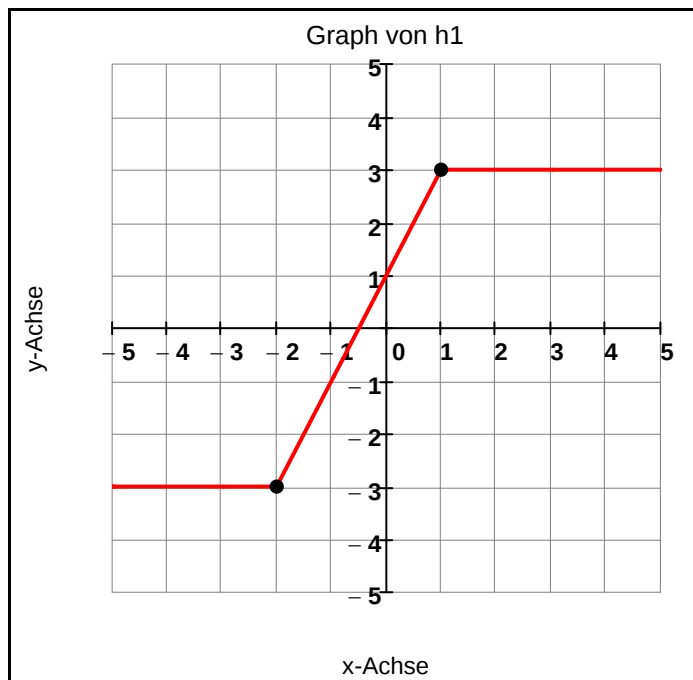
Funktionsterm: $|x + 2| - |x - 1|$ annehmen, $x < -2 \rightarrow -3$

3. Fall: $x + 2 > 0 \wedge x - 1 < 0$ auflösen, $x \rightarrow -2 < x < 1$

Funktionsterm: $|x + 2| - |x - 1|$ annehmen, $-2 < x < 1 \rightarrow 2 \cdot x + 1$

4. Fall: $x + 2 < 0 \wedge x - 1 > 0$ auflösen, $x \rightarrow$ keine Lösung

$$h_1(x) := \begin{cases} -3 & \text{if } x \leq -2 \\ 2 \cdot x + 1 & \text{if } -2 < x < 1 \\ 3 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$



Teilaufgabe b)

Funktionsterm: $h_2(x) = |x - 2| + |x + 3|$

Definitionsmenge: $D = \mathbb{R}$

Fallunterscheidung:

1. Fall: $x - 2 > 0 \wedge x + 3 > 0$ auflösen, $x \rightarrow 2 < x$

Funktionsterm: $|x - 2| + |x + 3|$ annehmen, $x > 2 \rightarrow 2 \cdot x + 1$

2. Fall: $x - 2 < 0 \wedge x + 3 < 0$ auflösen, $x \rightarrow x < -3$

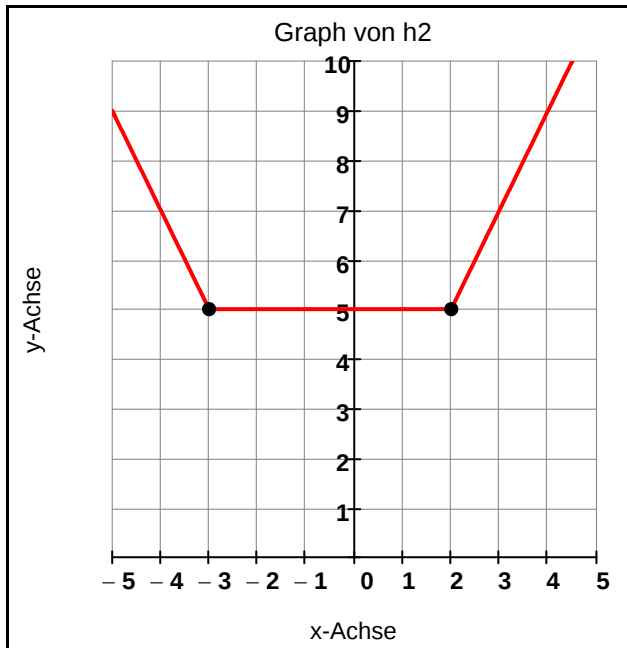
Funktionsterm: $|x - 2| + |x + 3|$ annehmen, $x < -3 \rightarrow -2 \cdot x - 1$

3. Fall: $x - 2 < 0 \wedge x + 3 > 0$ auflösen, $x \rightarrow -3 < x < 2$

Funktionsterm: $|x - 2| + |x + 3|$ annehmen, $-3 < x < 2 \rightarrow 5$

4. Fall: $x - 2 > 0 \wedge x + 3 < 0$ auflösen, $x \rightarrow$ keine Lösung

$$h_2(x) := \begin{cases} -2 \cdot x - 1 & \text{if } x < -3 \\ 5 & \text{if } -3 \leq x \leq 2 \\ 2 \cdot x + 1 & \text{if } x > 2 \end{cases}$$



Teilaufgabe c)

Funktionsterm: $h_3(x) = \frac{|x-2|}{|x+1|}$

Nullstellen des Nenners: $x + 1 = 0$ auflösen, $x \rightarrow -1$

Definitionsmenge: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Fallunterscheidung:

1. Fall: $x - 2 > 0 \wedge x + 1 > 0$ auflösen, $x \rightarrow 2 < x$

Funktionsterm: $\frac{|x-2|}{|x+1|}$ annehmen, $x > 2 \rightarrow \frac{x-2}{x+1}$

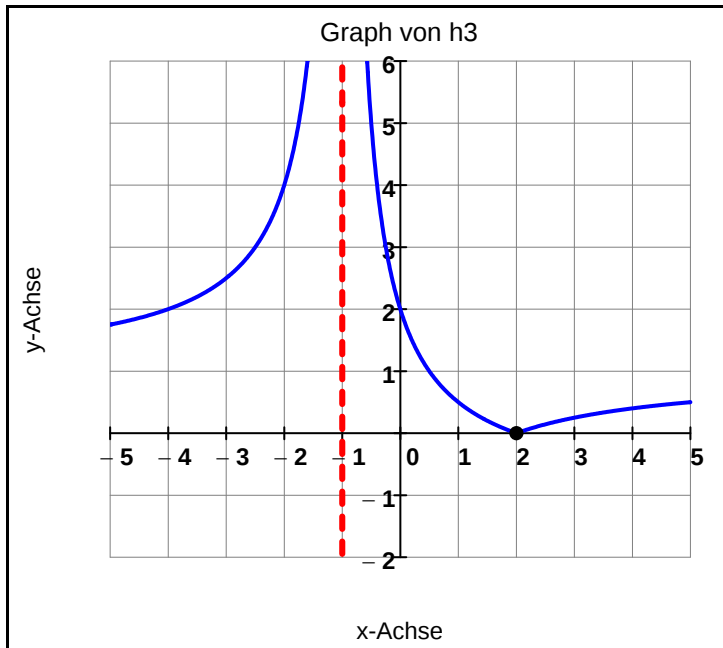
2. Fall: $x - 2 < 0 \wedge x + 1 < 0$ auflösen, $x \rightarrow x < -1$

Funktionsterm: $\frac{|x-2|}{|x+1|}$ annehmen, $x < -1 \rightarrow \frac{x-2}{x+1}$

3. Fall: $x - 2 < 0 \wedge x + 1 > 0$ auflösen, $x \rightarrow -1 < x < 2$

Funktionsterm: $\frac{|x-2|}{|x+1|}$ annehmen, $-1 < x < 2 \rightarrow -\frac{x-2}{x+1}$

4. Fall: $x - 2 > 0 \wedge x + 1 < 0$ auflösen, $x \rightarrow$ keine Lösung



$$h_3(x) := \begin{cases} \frac{x-2}{x+1} & \text{if } x < -1 \\ \frac{x-2}{x+1} & \text{if } -1 < x < 2 \\ \frac{x-2}{x+1} & \text{if } x \geq 2 \end{cases}$$

Teilaufgabe c)

Funktionsterm:
$$h_4(x) = \frac{|x| + 1}{|x-1| - 1}$$

Nullstellen des Nenners:

$$\begin{array}{l|l} |x-1| - 1 = 0 & \text{annehmen, } x > 1 \\ & \text{auflösen, } x \rightarrow 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} |x-1| - 1 = 0 & \text{annehmen, } x < 1 \\ & \text{auflösen, } x \rightarrow 0 \end{array}$$

Definitionsmenge: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$

Fallunterscheidung:

1. Fall: $x > 0 \wedge x - 1 > 0$ auflösen, $x \rightarrow 1 < x$

Funktionsterm:
$$\frac{|x| + 1}{|x-1| - 1} \text{ annehmen, } x > 1 \rightarrow \frac{x+1}{x-2}$$

2. Fall: $x < 0 \wedge x - 1 < 0$ auflösen, $x \rightarrow x < 0$

Funktionsterm:
$$\frac{|x| + 1}{|x-1| - 1} \text{ annehmen, } x < 0 \rightarrow \frac{x-1}{x}$$

3. Fall: $x > 0 \wedge x - 1 < 0$ auflösen, $x \rightarrow 0 < x < 1$

Funktionsterm: $\frac{|x| + 1}{|x - 1| - 1}$ annehmen, $0 < x < 1 \rightarrow -\frac{x + 1}{x}$

4. Fall: $x < 0 \wedge x - 1 > 0$ auflösen, $x \rightarrow$ keine Lösung



$$h_4(x) := \begin{cases} \frac{x-1}{x} & \text{if } x < 0 \\ -\frac{x+1}{x} & \text{if } 0 < x < 1 \\ \frac{x+1}{x-2} & \text{if } x \geq 1 \wedge x \neq 2 \end{cases}$$

