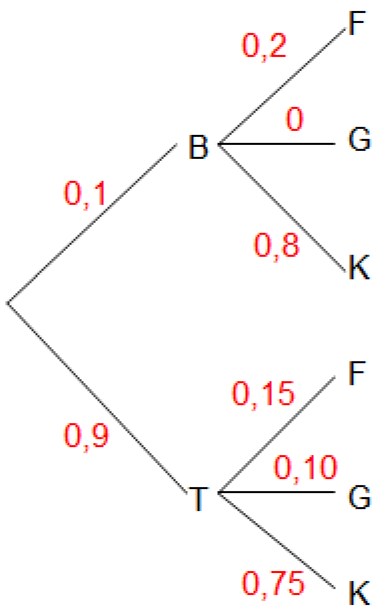
Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2013

- **Mathematik 12 Nichttechnik - S I - Lösung**

made with mathcad

Teilaufgabe 1.0
Beim Buchen eines Flugs kann man zwischen der Business- (B) und der Touristenklasse (T) wählen. Außerdem kann man angeben, ob man einen Fensterplatz (F), einen Platz am Gang (G) oder keinen besonderen Platz (K) wünscht.
Bei einem zufällig ausgewählten Flug wurde ermittelt, dass 90% der Fluggäste in der Touristenklasse fliegen. In der Businessklasse wird von 20% ein Fensterplatz gewünscht. Für Gangplätze in der Businessklasse gehen keine Wünsche ein. Die Passagiere der Touristenklasse wünschen sich zu 15% einen Fensterplatz und zu 10% einen Platz am Gang.

Teilaufgabe 1.1 (4 BE)
Stellen Sie die Buchung eines zufällig ausgewählten Kunden als Zufallsexperiment in einem Baumdiagramm dar und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit aller Elementarereignisse.



ω_i	$P(\{\omega_i\})$
BF	0,02
BG	0
BK	0,08
TF	0,135
TG	0,09
TK	0,675

Teilaufgabe 1.2.0
Beim Buchen kann man mit der Kreditkarte (**C**) oder per Überweisung ($\overline{\mathbf{C}}$) zahlen. Bei 140 zufällig ausgewählten Buchungen wurde in 90% die Touristenklasse gebucht. 70% aller Buchungen wurden mit der Kreditkarte bezahlt. Zwei Buchungen der Businessklasse wurden durch Überweisung bezahlt. Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Teilaufgabe 1.2.1 (6 BE)
Bestimmen Sie mithilfe einer Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse. Rechnen Sie mit exakten Werten.
E_1: *Ein Kunde bucht Touristenklasse oder zahlt nicht mit der Kredikarte.*

E_2: Gegenereignis *von* $\overline{C} \cup \boldsymbol{B}$.

Beschreiben Sie das Ereignis E_2 möglichst einfach in Worten.

Vierfeldertafel:

$$\begin{pmatrix} \blacksquare & C & \overline{C} & \blacksquare \\ B & \frac{3}{35} & \frac{2}{140} & 0.10 \\ T & \frac{43}{70} & \frac{2}{7} & 0.90 \\ \blacksquare & 0.70 & 0.30 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P(E_1) = P(T \cup \overline{C}) = P(T) + P(\overline{C}) - P(T \cap \overline{C})$$

$$P(E_1) = 0.90 + 0.30 + \frac{2}{7} = \frac{32}{35}$$

$$P(E_2) = 1 - P(\overline{C} \cup B) = P(C \cap \overline{B})$$

$$P(E_2) = \frac{43}{70}$$

E_2: *Ein Kunde bucht in der Touristenklasse und bezahlt mit Kreditkarte.*

Teilaufgabe 1.2.2 (3 BE)
Zeigen Sie, dass die Ereignisse B und C stochastisch abhängig sind und erklären Sie, was dieser Sachzusammenhang bedeutet.

$$P(B) \cdot P(C) = 0.1 \cdot 0.7 = 0.07$$

$$P(B \cap C) = \frac{3}{35} \approx 0.0857$$

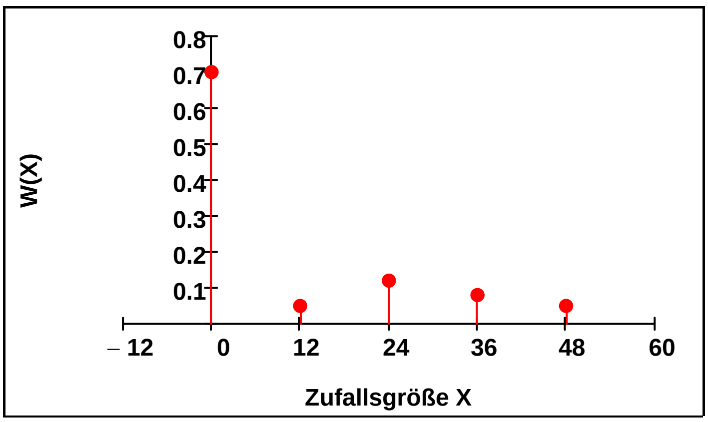
ungleich, B und C sind stoch. abhängig.

Sachzusammenhang:
Die Verwendung der Krediktkarte steht in Zusammenhang mit der gewählten Flugklasse.

Teilaufgabe 2.0 (3 BE)
In der Touristenklasse wird Gepäck bis maximal 20 kg pro Fluggast kostenlos befördert. Für je zwei angefangene kg, die über 20 kg hinausgehen, wird eine Gebühr von 12 € verlangt. Folgende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeiten für die Gewichtsverteilung der Gepäckstücke in kg an.

"Gewicht m""	$0 \le m \le 20$	$20 < m \le 22$	$22 < m \le 24$	$24 < m \le 26$	$26 < m \le 28$
"Wahrscheinlichkeit"	0.7	0.05	0.12	0.08	0.05

Teilaufgabe 2.1 (3 BE)
Die Zufallsgröße X gibt die anfallenden Gepäckkosten pro Person an. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in tabellarischer Form und geeignet graphisch dar.



Teilaufgabe 2.2 (5 BE)
Untersuchen Sie, ob die Kosten für ein Gepäckstück mit **m = 24** noch innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen.

$\mu := 0 \cdot 0.7 + 12 \cdot 0.05 + 24 \cdot 0.12 + 36 \cdot 0.08 + 48 \cdot 0.05$ $\qquad \mu = 8.76$

$Var\_X := 0^2 \cdot 0.7 + 12^2 \cdot 0.05 + 24^2 \cdot 0.12 + 36^2 \cdot 0.08 + 48^2 \cdot 0.05 - \mu^2$ $\qquad Var\_X = 218.4624$

$\sigma := \sqrt{Var\_X}$ $\qquad \sigma = 14.78$

$\mu - \sigma < X < \mu + \sigma$ Gleitkommazahl, 3 $\rightarrow -1.0 \cdot (14.8 < X < 23.5) + 8.76$

$\mu - \sigma = -6.02$ $\qquad \mu + \sigma = 23.54$

Somit liegt m = 24 nicht innerhalb der einfachen Standardabweichung.

Teilaufgabe 3.0
Bei einem bestimmten Flug sind 100 Plätze besetzt. Beim Essen können die Passagiere zwischen einem Fleischgericht und einem vegetarischen Gericht wählen. Erfahrungsgemäß entscheiden sich 65% für das Fleischgericht.

Teilaufgabe 3.1 (5 BE)
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
E_3: *Es werden höchstens 40 vegetarische Gerichte gewählt*.
E_4: *Es werden mindestens 30 vegetarische Gerichte gewählt*.
E_5: $E_3 \cap E_4$.

Gegeben: $p_{veg} := 0.35$ $\qquad p_F := 0.65$ $\qquad n := 100$ $\qquad k_{40} := 40$ $\qquad k_{29} := 29$

$$P(E_3) = \sum_{i=0}^{40} B(100, 0.35, i) = 0.8750$$

Mathcad-Lösung: $P_{E3} := \text{pbinom}(k_{40}, n, p_{veg}) = 0.8750$

$$P(E_4) = \sum_{i=30}^{100} B(100, 0.35, i) = 1 - \sum_{i=0}^{29} B(100, 0.35, i) = 1 - 0.12360 = 0.8764$$

Mathcad-Lösung: $P_{E4} := 1 - \text{pbinom}(k_{29}, n, p_{veg}) = 0.8764$

$$P_{E5} = P(30 \le X \le 40) = \sum_{i=0}^{40} B(100, 0.35, i) - \sum_{i=0}^{29} B(100, 0.35, i) = 0.8750 - 0.1236 = 0.7514$$

Mathcad-Lösung: $P_{E5} := \text{pbinom}(k_{40}, n, p_{veg}) - \text{pbinom}(k_{29}, n, p_{veg}) = 0.7514$

Teilaufgabe 3.2 (3 BE)
Bestimmen Sie, wieviel Fleischgerichte mindestens mitgeführt werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% jeder der 100 Passagiere, der ein Fleischgericht wünscht, dieses bekommen kann.

$\sum_{i=0}^{k} B(100, 0.65, i) \geq 0.99$ Tafelwerk: 0.99338 $\Rightarrow$ $k = 76$

Mathcad-Lösung: $k := \text{qbinom}(0.99, n, p_F) = 76$

Es müssen mindestens 76 Fleischgerichte mitgenommen werden.

Teilaufgabe 4.0
Erfahrungsgemäß treten 12,5% der Passagiere, die Tickets gekauft haben, den Flug nicht an. Damit die Flugzeuge möglichst voll besetzt sind, werden die Maschinen überbucht.

Teilaufgabe 4.1 (4 BE)
Für einen Flug mit 183 Sitzplätzen werden 200 Tickets verkauft. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nicht mehr Passagiere den Flug antreten als tatsächlich in der Maschine Platz finden.

$1 - 0.125 = 0.875$

$\sum_{i=0}^{183} B(200, 0.875, i)$ **0.875** ist nicht im Tafelwerk

$$\sum_{i=17}^{200} B(200, 0.125, i) = 1 - \sum_{i=0}^{16} B(200, 0.125, i) = 1 - 0.0292 = 0.9708$$

Mathcad-Lösung: $\text{pbinom}(183, 200, 0.875) = 0.9708$

Teilaufgabe 4.2 (7 BE)
Man vermutet, dass inzwischen mehr als 12,5% der Buchungen nicht wahrgenommen werden (Gegenhypothese). Dazu wird ein Test an Hand von 200 Buchungen durchgeführt.
Geben Sie die Testgröße und die Nullhypothese an und bestimmen Sie den maximalen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau. Erläutern Sie, wie man entscheiden wird, wenn 170 den Flug antreten.

Testgröße: Anzahl der nicht wahrgenommenen Buchungen bei $\mathbf{N = 200}$.

Testart: Rechtsseitiger Signifikanztest

Nullhypothese H_0: $\mathbf{p_0 \le 0.125}$

Gegenhypothese H_1: $\mathbf{p_1 > 0125}$

Annahmebereich: $\mathbf{A = \{\ 0, 1, 2, ..., k\,\}}$

Ablehnungsbereich: $\mathbf{\overline{A}\ =\ \{\ k+1, k+2, ..., 200\,\}}$

Sigifikanzniveau: $\mathbf{\alpha_S = 0.05}$

$$\mathbf{P(\overline{A}) \le 0.05 \quad\Leftrightarrow\quad P(X \ge k+1) \le 0.05 \quad\Leftrightarrow\quad 1 - P(X \le k) \le 0.05}$$

$$\mathbf{\Leftrightarrow\quad P(X \le k) \ge 0.95 \quad\Leftrightarrow\quad \sum_{i=0}^{k} (200, 0.125, i) \ge 0.95}$$

Tafelwerk Seite 14: $\mathbf{0.96124 \quad\Rightarrow\quad k = 33}$

Ablehungsbereich: $\mathbf{\overline{A}\ =\ \{\ 34, 35, ..., 200\,\}}$

170 Passagiere treten den Flug an, 30 treten den Flug nicht an.
$30\ \in\ A\ \ \Rightarrow\ H_0$ wird angenommen, d. h. dass höchstens 12,5% der Buchungen nicht wahrgenommen werden.