

Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2013

• Mathematik 12 Nichttechnik - S II - Lösung

**Teilaufgabe 1.0**

Eine Agentur vertreibt Tickets für Sportveranstaltungen (S), Konzerte (K), Musicals (M) und Eventreisen (E).

20% der Kunden bestellen Tickets für Sportveranstaltungen, 30% für Konzerte und 35% für Musicals.

Die Eintrittskarten können telefonisch (t) oder online (o) bestellt werden.

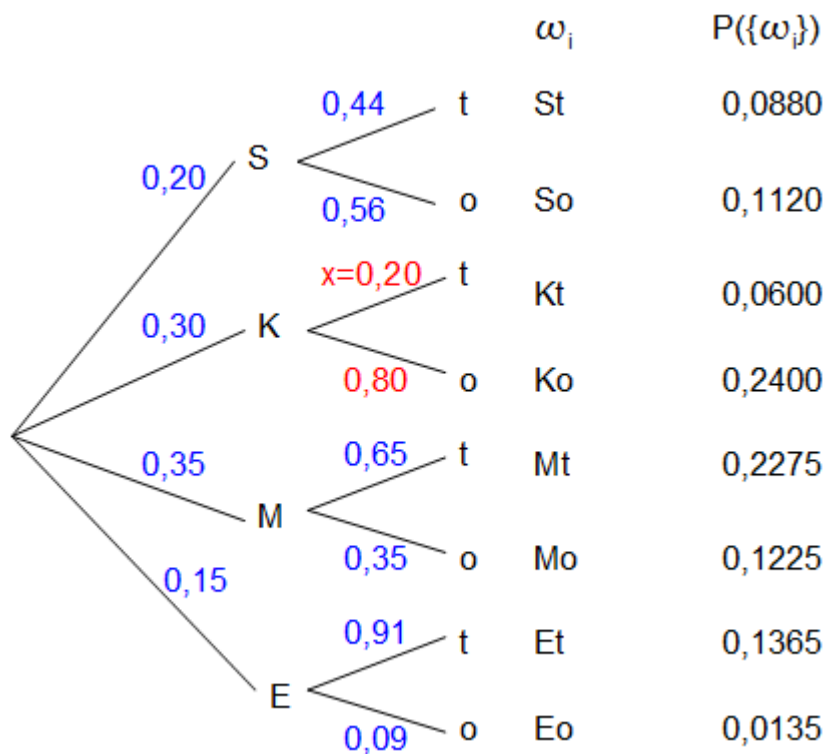
56% der Karten für Sportveranstaltungen, 9% der Tickets für Eventreisen und 35% der Musicalkarten werden online bestellt. Die telefonische Bestellung hat insgesamt einen Anteil von 51,2%.

Die Entscheidungen für die Kartenart und die Bestellart werden als Zufallsexperiment betrachtet.

Teilaufgabe 1.1 (6 BE)

Ermitteln Sie mithilfe eines vollständig ausgefüllten Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit aller acht Elementarereignisse des Zufallsexperiments.

[Teilergebnis: $P(\{Ko\}) = 0,24$]



Berechnung des telefonischen Anteils:

$$0.2 \cdot 0.44 + 0.3 \cdot x + 0.35 \cdot 0.65 + 0.15 \cdot 0.91 = 0.512 \text{ auflösen, } x \rightarrow 0.2$$

Teilaufgabe 1.2 (6 BE)

Betrachtet werden nun folgende Ereignisse:

E_1 : Ein Kunde bestellt online oder eine Eventreise telefonisch.

E_2 : Ein Kunde bestellt online, aber weder Konzert- noch Musickarten.

Geben Sie beide Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an und untersuchen Sie E_1 und E_2 auf stochastische Unabhängigkeit.

$$E_1 = \{ \text{So; Ko; Mo; Eo; Et} \}$$

$$P_{E1} := 0.1120 + 0.2400 + 0.1225 + 0.0135 + 0.1365 \quad P_{E1} = 0.6245$$

$$E_2 = \{ \text{So; Eo} \}$$

$$P_{E2} := (0.1120 + 0.0135) \quad P_{E2} = 0.1255$$

$$P_{E1} \cdot P_{E2} = 0.078$$

$$E_1 \cap E_2 = \{ \text{So; Eo} \} = E_2$$

$$P_{E1 \cap E2} = P_{E2} = 0.1255$$

$P_{E1} \cdot P_{E2} \neq P_{E1 \cap E2} \Rightarrow$ Die Ereignisse E_1 und E_2 sind stochastisch abhängig.

Teilaufgabe 1.3 (3 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses

E_3 : In einer Folge von 10 Ticketbestellungen sind die ersten beiden und insgesamt 4 Konzertkartenbestellungen online.

Die ersten beiden Konzertkarten online aus einer Menge von 10.

Aus 1.1: $p_{Ko} := 0.24$

zwei weitere online aus einer Menge von 8: $\binom{8}{2} \cdot 0.24^2 \cdot 0.76^6$

$$P_{E3} = 0.24^2 \cdot \binom{8}{2} \cdot 0.24^2 \cdot 0.76^6 = 0.24^2 \cdot 28 \cdot 0.24^2 \cdot 0.76^6 = 0.0179$$

Mathcad-Lösung: $P_{E3} := p_{Ko}^2 \cdot \text{combin}(8, 2) \cdot p_{Ko}^2 \cdot (1 - p_{Ko})^6 \quad P_{E3} = 0.0179$

Teilaufgabe 2.0

Für eine Bestellung fallen Zusatzkosten (Vorverkaufsgebühr und Porto/Versand) in € gemäß folgender Tabelle an:

"Vorverkaufsgebühr"	5	4	3	2	3	2	2
"Porto/Versand"	2	2	2	2	0	1	0
"Kundenanteil in %"	5	20	25	10	15	5	20

Die Zufallsgröße X gibt die Zusatzkosten einer zufällig herausgegriffenen Bestellung an.

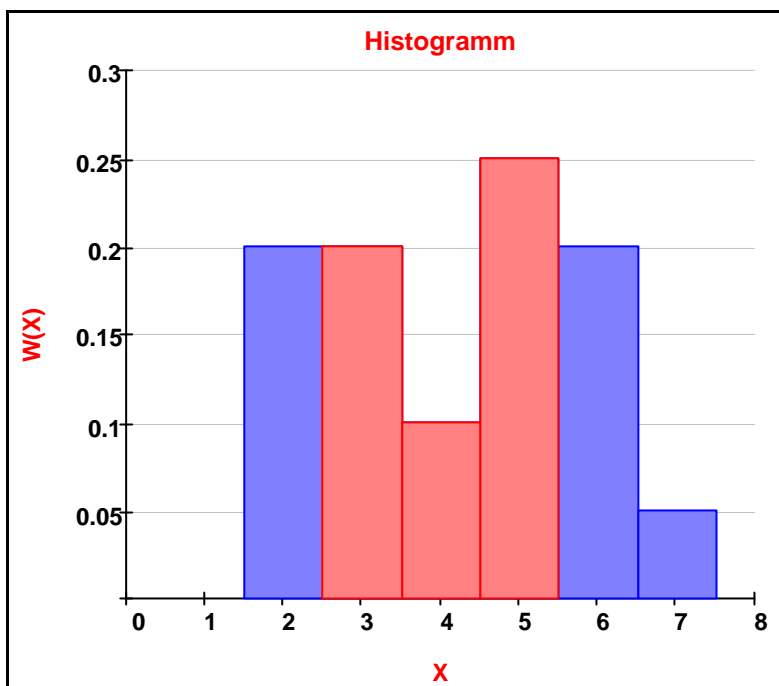
Teilaufgabe 2.1 (3 BE)

Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X in Tabellenform an und stellen Sie sie in Form eines Histogramms graphisch da.

$$X = \text{Zahl_Vorverkauf} + \text{Zahl_Porto}$$

Wahrscheinlichkeitsverteilung:

X	2	3	4	5	6	7
W(X) = P(X = x _i)	0.20	0.20	0.10	0.25	0.20	0.05



Teilaufgabe 2.2 (2 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 3,50 € aber höchstens 6,00 € Zusatzkosten anfallen.

$$P(3.5 < X \leq 6) = P(4 \leq X \leq 6) = 0.10 + 0.25 + 0.20 = 0.55$$

Teilaufgabe 2.3 (7 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen, und interpretieren Sie den Erwartungswert im Sinn der vorliegenden Thematik.

Schraffieren Sie im Histogramm aus Teilaufgabe 2.1 die Fläche, die zur oben berechneten Wahrscheinlichkeit gehört.

$$\mu := 2 \cdot 0.2 + 3 \cdot 0.2 + 4 \cdot 0.1 + 5 \cdot 0.25 + 6 \cdot 0.2 + 7 \cdot 0.05$$

$$\mu = 4.20$$

$$\text{Var}_X := 2^2 \cdot 0.2 + 3^2 \cdot 0.2 + 4^2 \cdot 0.1 + 5^2 \cdot 0.25 + 6^2 \cdot 0.2 + 7^2 \cdot 0.05 - \mu^2$$

$$\text{Var}_X = 2.46$$

$$\sigma := \sqrt{\text{Var}_X}$$

$$\sigma = 1.5684$$

untere Grenze: $\mu - \sigma = 2.632$

obere Grenze: $\mu + \sigma = 5.768$

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(2.632 < X < 5.768) = P_3 + P_4 + P_5 = 0.2 + 0.1 + 0.25 = 0.55$$

Interpretation: Im Durchschnitt betragen die Zusatzkosten pro Bestellung 4,20 €

Teilaufgabe 3 (5 BE)

Die Ticketagentur hat viele Stammkunden, von denen 60% der Karten für Musicals (M) und 75% Karten für Konzerte (K) bestellen, wobei 95% mindestens eines der beiden Angebote nutzen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $E_4 = \text{Gegenereignis von } M \cap K$ unter

Verwendung einer Vierfeldertafel und beschreiben Sie dieses Ereignis in Worten.

Vierfeldertafel:

	M	\bar{M}	■
K	0.4	0.35	0.75
\bar{K}	0.2	0.05	0.25
■	0.6	0.4	1

$$P_{M \cup K} = 0.95$$

\Rightarrow

$$P_{\bar{M} \cap \bar{K}} = 0.05$$

$$P_{E_4} = 1 - P_{M \cap K} = 1 - 0.4 = 0.6$$

Ein Stammkunde bestellt nicht gleichzeitig Karten für Musical und Konzert.

Teilaufgabe 4.0 (5 BE)

Erfahrungsgemäß bestellt ein bestimmter Großkunde des Unternehmens zu 30% telefonisch.

Teilaufgabe 4.1 (2 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 200 Bestellungen mehr als 33% per Telefon erfolgen.

$p_t := 0.30$

$k := 0.35 \cdot 200 \quad k = 70 \quad \text{mehr als 35\%, also } k = 71$

$$\sum_{i=71}^{200} B(200, 0.3, i) = 1 - \sum_{i=0}^{70} B(200, 0.3, i) = 1 - 0.94579 = 0.05421$$

Mathcad-Lösung: $P_{E5} := 1 - \text{pbinom}(70, 200, 0.3) = 0.05421$

Teilaufgabe 4.2 (6 BE)

Ein Mitarbeiter vermutet, dass sich der Anteil der Online-Bestellungen von 70% erhöht hat (Gegenhypothese). Anhand von 100 Bestellungen soll die Vermutung überprüft werden. Geben Sie die Testgröße sowie die Nullhypothese an und ermitteln Sie den maximalen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau. Welche Entscheidung liegt nahe, wenn 76 Bestellungen online getätigt werden?

Testgröße: Anzahl der Online-Bestellungen bei $n := 100$.

Testart: Rechtsseitiger Signifikanztest

Nullhypothese H_0 : $p_0 \leq p \rightarrow p_0 \leq p$

Gegenhypothese H_1 : $p_1 > p \rightarrow p_1 > p$

Annahmebereich: $A = \{ 0, 1, 2, \dots, k \}$

Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{ k + 1, k + 2, \dots, 100 \}$

Signifikanzniveau: $\alpha_S = 0.05$

$$P(\bar{A}) \leq 0.05 \quad \Leftrightarrow \quad P(X \geq k + 1) \leq 0.05 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - P(X \leq k) \leq 0.05$$

$$\Leftrightarrow \quad P(X \leq k) \geq 0.95 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{i=0}^k B(100, 0.7, i) \geq 0.95$$

Tafelwerk: $0.95213 \Rightarrow k = 77$

Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{ 78, 79, \dots, 100 \}$

Mathcad-Lösung: $k := \text{qbinom}(0.95, 100, 0.7) = 77$

Bei 76 Bestellungen wird H_0 nicht abgelehnt.