

Abiturprüfung Berufliche Oberschule 2001

• Mathematik 13 Technik - A I - Aufgabentext



Teilaufgabe 1.0

Gegeben ist eine Schar der reellen Funktionen g_k mit $k \in \mathbb{R}^+$ und der Definitionsmenge $D_{g_k} = \mathbb{R}$

$$\text{durch } g_k(x) = (k - e^{2 \cdot x})^2.$$

Teilaufgabe 1.1 (4 BE)

Berechnen Sie in Abhängigkeit von k die Nullstelle von g_k und begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass diese Nullstelle gleichzeitig Extremstelle von g_k ist, und geben Sie die Art der Extremstelle an.

Teilaufgabe 1.2 (7 BE)

Ermitteln Sie das Verhalten von $g_k(x)$ für $x \rightarrow \pm \infty$ und geben Sie die Gleichung der Asymptote an. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S_k zwischen dem Graph der Funktion g_k und der Asymptote in Abhängigkeit von k .

$$[\text{Teilergebnis: } x_S = \ln(\sqrt{2 \cdot k})]$$

Teilaufgabe 1.3 (8 BE)

Veranschaulichen Sie den Verlauf des Graphen von g_k und seiner Asymptote anhand einer Skizze, und zeigen Sie durch Rechnung, dass der Inhalt der Fläche, die der Graph von g_k und die Asymptote begrenzen, endlich ist, und geben Sie die Flächenmaßzahl in Abhängigkeit von k an.

Teilaufgabe 2.0

gegeben ist die Schar der Funktionen f_a mit der in \mathbb{R} maximalen Definitionsmenge D_{f_a} durch

$$f_a(x) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot x}}{x + a}\right) \text{ mit } a \in \mathbb{R}^+.$$

Teilaufgabe 2.1 (5 BE)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass gilt: $D_{f_a} = \mathbb{R}_0^+$.

Teilaufgabe 2.2 (3 BE)

Geben Sie die Nullstelle von f_a an und untersuchen Sie das Verhalten von $f_a(x)$ für $x \rightarrow \infty$.

Teilaufgabe 2.3 (7 BE)

Zeigen Sie, dass für $x < a$ gilt: $f'_a(x) = \frac{a}{(x + a) \cdot \sqrt{a \cdot x}}$ und geben Sie $f'_a(x)$ für $x > 0$ an.

Teilaufgabe 2.4 (7 BE)

Bestimmen Sie das Verhalten von $f'_a(x)$ für $x \rightarrow 0$ und $x \rightarrow a$ und das Monotonieverhalten des Graphen von f_a , und geben Sie die Koordinaten und Art der Extrempunkte des Graphen von f_a an.

Teilaufgabe 2.5 (4 BE)

Zeichnen Sie den Graphen von f_1 , unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in ein kartesisches Koordinatensystem für $0 \leq x \leq 4$ (1 LE = 2 cm).

Teilaufgabe 2.6 (9 BE)

Der Graph von f_1 , die durch $x = 1$ gegebene Gerade und die x-achse begrenzen ein endliches Flächenstück. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

Hinweis: Beginnen sie mit partieller Integration und verwenden Sie dann die Substitution $z = \sqrt{x}$.

Teilaufgabe 3 (6 BE)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' + y \cdot \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = e^{\cos(x)} \quad \text{für } x \in] 0 ; \pi [$$

mit der Methode der Variation der Konstanten.