# Abiturprüfung Berufliche Oberschule 2003

- **Mathematik 13 Technik - A I - Aufgabentext**

**Teilaufgabe 1.0**

Gegeben sind die reellen Funktionen f mit $f(x) = \arctan\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)$ mit $D_f = IR$ und

$g(x) := \frac{e^x}{e^{2 \cdot x} + 1}$ mit $D_g = IR$.

**Teilaufgabe 1.1 (4 BE)**
Zeigen Sie zunächst, dass gilt: $f'(x) = g(x)$.

**Teilaufgabe 1.2 (7 BE)**
Bestimmen Sie die Nullstelle von f, das Verhalten von f(x) an den Rändern der Definitionsmenge, das Symmetrieverhalten und das Monotonieverhalten des Graphen von f.

**Teilaufgabe 1.3 (11 BE)**
Bestimmen Sie für den Graphen der Funktion g Art und Koordinaten des Extrempunktes sowie die Koordinaten der Wendepunkte.
(Rechengenauigkeit - falls Rundung nötig - 2 Nachkommastellen.)

[ Teilergebnis: $g'(x) = e^x \cdot \left(1 - e^{2 \cdot x}\right) \cdot \left(e^{2 \cdot x} + 1\right)^{-2}$ ]

**Teilaufgabe 1.4 (6 BE)**
Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen f und g unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse für $-2 \le x \le 2$ in ein gemeinsames Koordinatensystem ( 1 LE = 4 cm).

**Teilaufgabe 1.5 (4 BE)**
Berechnen Sie die Maßzahl des Inhalts der zwischen dem Graphen von g und der x-Achse eingeschlossenen Fläche, die sich nach beiden Seiten ins Unendliche erstreckt.

**Teilaufgabe 1.6 (4 BE)**
Begründen Sie rechnerisch folgende Aussage: Es gibt eine reelle Kontante c so, dass die Gleichung $f(x) = \arctan\left(e^x\right) + c$ in ganz IR erfüllt ist. Berechnen Sie auch den Wert der Konstanten c.

**Teilaufgabe 1.7 (5 BE)**
Begründen Sie, das die Funktion f umkehrbar ist. Bestimmen Sie einen Funktionsterm für die Umkehrfunktion k der Funktion f. Geben Sie auch die Definitionsmenge von k an.

**Teilaufgabe 1.8 (2 BE)**
Berechnen Sie die Steigung des Graphen der Umkehrfunktion k im Koordinatenursprung.

**Teilaufgabe 2.0**
Die chemische Verbindung Mixoflux zerfällt beim Erhitzen je nach Masse der Probe innerhalb einiger Minuten. Bei einem Versuch beträgt die Anfangsmasse der Probe an Mixoflux 1,00 g.
x sei die in der Zeit t (gemessen in Minuten) zerfallene Masse.
Die zugehörige Differentialgleichung ist: $2 \cdot x' = (1 + x) \cdot (1 - x)$ mit $x \in [\, 0 \, ; 1 \,[$ .

Dabei ist $x' = \frac{dx}{dt}$ die Ableitung der Funktion x nach der Variablen t.

**Teilaufgabe 2.1** **(7 BE)**
Bestimmen Sie für die Funktion x einen Funktionsterm x(t).
Auf die Verwendung von Einheiten wird während der Rechnung verzichtet.

[ Mögliches Ergebnis: $x(t) = \frac{e^t - 1}{e^t + 1}$ ]

**Teilaufgabe 2.2** **(2 BE)**
Für einen *vollständigen Zerfall* genügt es im Allgemeinen, wenn 99,9% der Anfangsmenge zerfallen ist. Nach welcher Zeit tritt dieses Ereignis ein?

**Teilaufgabe 3** **(8 BE)**
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung
$(2 \cdot x + 3) \cdot y' + y = x$ mit $x \in \,]\, -1.5 \, ; \, \infty \,[$
mithilfe der Methode der Variation der Konstanten.