

Abiturprüfung Berufliche Oberschule 2000 Mathematik 13 Technik - A II - Aufgabentext



Teilaufgabe 1.0

Gegeben ist eine Schar von Funktionen f_k mit der in \mathbb{R} maximalen Definitionsmenge D_k durch

$$f_k(x) = \arcsin\left(\frac{k - x^2}{x^2}\right) \text{ mit } k \in \mathbb{R}^+.$$

Teilaufgabe 1.1 (8 BE)

Bestimmen Sie D_k , das Symmetrieverhalten des Graphen von f_k und das Verhalten von $f_k(x)$ an den Rändern der Definitionsmenge.

Teilaufgabe 1.2 (5 BE)

Geben Sie die maximalen Intervalle an, in denen der Graph von f_k streng monoton steigend bzw. streng monoton fallend verläuft.

$$[\text{Teilergebnis: } f'_k(x) = \frac{-2 \cdot k}{x \cdot \sqrt{2 \cdot k \cdot x^2 - k^2}}]$$

Teilaufgabe 2.0

Gegeben ist die abschnittsweise definierte Funktion h mit der Definitionsmenge $D_h = \mathbb{R}$ durch

$$h(x) = \begin{cases} f_g(x) & \text{if } |x| \geq 2 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi \cdot \sqrt{4 - x^2}}{x + 4} & \text{if } |x| < 2 \end{cases}$$

Teilaufgabe 2.1 (5 BE)

Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion h .

Teilaufgabe 2.2 (6 BE)

Untersuchen Sie, ob die Funktion h an der Stelle $x = 2$ stetig und differenzierbar ist.

Teilaufgabe 2.3 (8 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten und die Art der Extrempunkte des Graphen von h ohne Verwendung der 2. Ableitung für $x > -2$.

Teilaufgabe 2.4 (5 BE)

Zeichnen Sie den Graphen von h unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse im Bereich $-2 \leq x \leq 4$ (1 LE = 2 cm).

Teilaufgabe 2.5 (5 BE)

Der Graph von h für $|x| < 2$, die positive x -Achse und die Gerade $x = 2$ begrenzen im ersten Quadranten eine endliche Fläche A , deren Flächenmaßzahl durch eine Näherung (2 Stellen Genauigkeit) abzuschätzen ist. Bilden Sie dazu die Ober- und Untersumme bei einer Rechtecksbreite von 0,50 LE.

Teilaufgabe 2.6 (6 BE)

Ermitteln Sie die Integralfunktion H mit $H(x) = \int_2^x h(t) dt$, $x \geq 2$ in integralfreier Darstellung.

[Teilergebnis: $\int h(x) dx = 4 \cdot \ln(\sqrt{x^2 - 4} + x) + x \cdot \arcsin\left(\frac{8 - x^2}{x^2}\right) + C$ mit $C \in \mathbb{R}$ für $|x| \geq 2$]

Teilaufgabe 2.7 (4 BE)

Bestimmen Sie vom Graphen der Funktion H die Koordinaten und die Art des Extrempunktes im Inneren der Definitionsmenge.

Teilaufgabe 3 (8 BE)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' + \frac{y}{x+1} = \frac{1}{x \cdot (x+2)} \text{ mit } x \in \mathbb{R}^+$$

mittels der Methode der Variation der Konstanten.