

Abiturprüfung Berufliche Oberschule 2000

• Mathematik 13 Technik - B II - Lösung



Teilaufgabe 1.0

Ein Fensterhersteller lädt seine Stammkunden zur Hausmesse mit Präsentation einer neuen Haustüre ein, die eine einbruchhemmende Wirkung hat. Ausgehend von den Erfahrungen bei früheren Aktionen rechnet er damit, dass die Stammkunden mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % einer solchen Einladung nachkommen, die anderen erhalten eine schriftliche Produktinformation. Weiter geht er davon aus, dass jeder 2. Besucher der Hausmesse noch auf der Messe neue Haustüren bestellt und nach der Aktion von 20 % der Stammkunden Bestellungen für neue Haustüren vorliegen.

Gegeben sind die Ereignisse:

H: *Stammkunde besucht Hausmesse*

B: *Stammkunde bestellt neue Haustüren*

Teilaufgabe 1.1 (6 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit,

- dass ein Stammkunde zur Hausmesse kommt und dort neue Haustüren bestellt,
- dass ein Stammkunde nicht zur Hausmesse kommt und nur mithilfe der Produktinformation bestellt,
- dass ein Kunde nicht reagiert, d. h. weder zur Hausmesse kommt, noch eine Bestellung aufgibt.

Gegeben:

H: Stammkunde besucht die Hausmesse $P(H) = 0.3$

B: Stammkunde bestellt neue Haustüren $P(B) = 0.2$

Teilaufgabe a)

$$P(H \cap B) = \frac{1}{2} \cdot P(H) = \frac{1}{2} \cdot 0.2 = 0.15$$

	H	\bar{H}	
B	0.15	0.05	0.2
\bar{B}	0.15	0.65	0.8
	0.3	0.7	1

Teilaufgabe b)

$$P(\bar{H} \cap B) = 0.05$$

Teilaufgabe b)

$$P(\bar{H} \cap \bar{B}) = 0.65$$

Teilaufgabe 1.2 (2 BE)

Überprüfen Sie, ob die Ereignisse H und B stochastisch unabhängig sind.

$$P(H \cap B) = 0.15$$

$$P(H) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.2 = 0.06$$

$$P(H \cap B) \neq P(H) \cdot P(B) \quad \Rightarrow \quad H \text{ und } B \text{ sind stochastisch abhängig.}$$

Teilaufgabe 1.3 (3 BE)

Berechnen Sie $P_{\bar{H}}(B)$, und beschreiben Sie die Bedeutung dieser Wahrscheinlichkeit in Worten.

$$P_{\bar{H}}(B) = \frac{P(\bar{H} \cap B)}{P(\bar{H})} = \frac{0.05}{0.7} = \frac{1}{14} = 0.071$$

$P_{\bar{H}}(B)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Besucher, der nicht auf der Hausmesse war, bestellt.

Teilaufgabe 1.4.0

Die Stammkunden, die nicht reagieren, werden von Außendienstmitarbeitern besucht. Herr Kneter erzielt bei einem Besuch mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % einen Geschäftsabschluss. Er behauptet, sein Kollege Topseller sei ein ebenso guter Verkäufer wie er selbst (Nullhypothese), wohingegen Topseller behauptet, der bessere Verkäufer zu sein (Gegenhypothese). In einem Test besucht Topseller 210 Kunden.

Teilaufgabe 1.4.1 (7 BE)

Legen Sie für einen Signifikanztest mit einem Signifikanzniveau von 5 % die Testgröße fest, formulieren Sie die Hypothesen, und bestimmen Sie den Annahmehereich und den Ablehnungsbereich der Nullhypothese. Wie ist die Behauptung Topsellers zu bewerten, wenn er 74 Geschäftsabschlüsse erzielt?

Testgröße: Anzahl der Geschäftsabschlüsse von Topseller

Nullhypothese H_0 : $p_0 \leq p \rightarrow p_0 \leq p$ $n := 210$ $p := 0.3$

Gegenhypothese H_1 : $p_1 > p \rightarrow p_1 > 0.3$

Testart: Rechtsseitiger Signifikanztest

Annahmehereich: $A = \{ 0, 1, \dots, k \}$

Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{ k + 1, k + 2, \dots, 210 \}$

$$\mu := n \cdot p = 63 \quad \sigma := \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = 6.641 \quad n \cdot p \cdot (1 - p) = 44.1$$

$$P(X > k) \leq 0.5 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - P(X \leq k) \leq 0.05 \quad \Leftrightarrow \quad P(X \leq k) \geq 0.95$$

$$\Phi\left(\frac{k - \mu + 0.5}{\sigma}\right) \geq 0.95 \quad \Leftrightarrow$$

$$\text{TW:} \quad \frac{k - \mu + 0.5}{\sigma} \geq 1.645 \text{ auflösen, } k \rightarrow 73.424088177051665749 \leq k < \infty$$

$$\text{aufrunden: } k := 74$$

$$\text{Annahmehereich: } A = \{ 0, 1, \dots, 74 \}$$

$$\text{Ablehnungsbereich: } \bar{A} = \{ 75, 76, \dots, 210 \}$$

Bei genau 74 Abschlüssen wird die Behauptung Topsellers, er sei der bessere Verkäufer, abgelehnt.

Teilaufgabe 1.4.2 (4 BE)

Berechnen Sie für den Test aus Aufgabe 1.4.1 das Risiko 2. Art, wenn Topseller mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 % einen Abschluss erzielt und die Hypothese $H_0: p = 0.30$ bei mindestens 75 Abschlüssen verworfen wird.

$$p_1 := 0.4 \quad \mu_1 := n \cdot p_1 = 84 \quad \sigma_1 := \sqrt{n \cdot p_1 \cdot (1 - p_1)} = 7.099$$

$$P(A) = P(X \leq 74) = \Phi\left(\frac{74 - \mu_1 + 0.5}{\sigma_1}\right) = \Phi(-1.338) = 1 - \Phi(1.338) = 1 - 0.90988 = 0.09012$$

Teilaufgabe 1.5 (4 BE)

Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der bestellten Türen eines Kunden an. Es ergibt sich folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

"Anzahl der bestellten Türen"	1	2	3	4
"P(X=x)"	50.%	30.%	10.%	10.%

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von X , und geben Sie die Verteilungsfunktion von X an.

$$\mu := 1 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.1 + 4 \cdot 0.1 = 1.8$$

$$\text{Var}_X := 1^2 \cdot 0.5 + 2^2 \cdot 0.3 + 3^2 \cdot 0.1 + 4^2 \cdot 0.1 - \mu^2 = 0.96$$

$$\sigma := \sqrt{\text{Var}_X} = 0.98$$

x	$1 < x$	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x$
$F(x)$	0	0.5	0.8	0.9	1

Teilaufgabe 2.0

In einer Umfrage werden 600 Wahlberechtigte zufällig ausgewählt und befragt, ob sie jetzt die Partei A wählen würden.

Teilaufgabe 2.3 (4 BE)

Die Zufallsgröße T gibt die Anzahl der Befragten an, welche die Partei A wählen. Berechnen Sie $P(90 < T < 150)$, wenn 600 Wahlberechtigte befragt werden und man mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % auf einen A-Wähler trifft. Erklären Sie die Abweichung dieses Ergebnisses vom Ergebnis der Aufgabe 2.2.

$$n := 600 \quad p := 0.2 \quad \mu := n \cdot p = 120 \quad \sigma := \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} \quad \sigma = 9.798$$

$$P(90 < X < 150) = P(X \leq 149) - P(X \leq 90) = \Phi\left(\frac{149 - \mu + 0.5}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{90 - \mu + 0.5}{\sigma}\right)$$

Nebenrechnung:

$$\frac{149 - \mu + 0.5}{\sigma} = 3.011 \quad \frac{90 - \mu + 0.5}{\sigma} = -3.011$$

$$\Rightarrow \Phi(3.011) - (1 - \Phi(3.011)) = 0.99869 - (1 - 0.99869) = 0.997$$