Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2015

- **Physik 12 Technik - Aufgabe I - Lösung**

made with mathcad

Teilaufgabe 1.0
In einem Biathlonverein werden die Kleinkalibergewehre routinemäßig überprüft. Das betrachtete Gewehr besitzt die Masse $m_G = 4.80 \cdot kg$. Die verwendeten Kugeln haben jeweils die Masse $m_K = 2.6 \cdot g$.

Teilaufgabe 1.1.0
Bei einem ersten Test wird die Funktionsfähigkeit des Gewehrs überprüft. Dazu wird ein Schuss auf eine Zielscheibe abgefeuert.
Während des Abschusses übt das Gewehr kurzzeitig einen Kraftstoß auf den Schützen aus, den sogenannten Rückschlag. Die Kugel verlässt den Lauf mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_K$. Bei einem neuen Gewehr gilt für den Betrag dieser Geschwindigkeit $v_K = 380 \cdot \frac{m}{s}$.

Teilaufgabe 1.1.1 (3 BE)
Erläutern Sie, wie es zu diesem Rückschlag kommt.

Nach dem Wechselwirkungsgesetz von Newton erzeugt eine auf einen Körper ausgeübte Kraft eine Gegenkraft. Die beiden Kräfte sind entgegengesetzt gerichtet und besitzen den gleichen Betrag.
Die Kugel wird im Lauf des Gewehrs durch eine Kraft $\vec{F}_K$ beschleunigt. Deshalb wirkt auf das Gewehr eine Kraft $\vec{F}_G = -\vec{F}_K$, die der Schütze als Rückschlag spürt.

Teilaufgabe 1.1.2 (4 BE)
Während des Abschusses erfährt die Kugel im Lauf die mittlere Beschleunigung $\vec{a}$. Der Lauf besitzt die Länge $\Delta s = 66 \cdot cm$.
Berechnen Sie den Betrag a der mittleren Beschleunigung und die Dauer Δt der Beschleunigung der Kugel bei einem neuen Gewehr.

Gegeben: $\Delta s := 0.66 \cdot m$ $\qquad v_K := 380 \cdot \frac{m}{s}$

Bewegungsgleichung: $v_K^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta s \quad \Rightarrow \quad a := \frac{v_K^2}{2 \cdot \Delta s} \qquad a = 1.1 \times 10^5 \frac{m}{s^2}$

Bewegungsgleichung: $v_K = a \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t := \frac{v_K}{a} \qquad \Delta t = 3.5 \times 10^{-3} s$

Teilaufgabe 1.1.3 (3 BE)
Berechnen Sie den Betrag des Kraftstoßes, den der Schütze während des Rückschlags spürt.

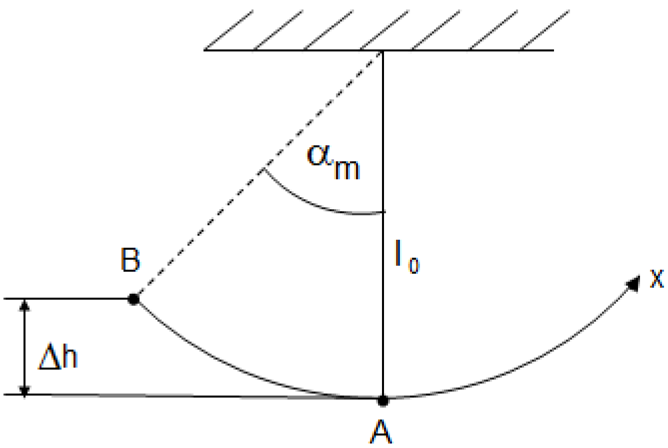
$m_K := 2.6 \cdot 10^{-3} \cdot kg$

Der Betrag des Kraftst0ßes des Rückschlags des Gewehrs ist gleich dem Betrag des Kraftstoßes der beschleunigten Kugel.

$\left|\overrightarrow{F_G}\right| \cdot \Delta t = \left|\overrightarrow{F_K}\right| \cdot \Delta t \quad \Leftrightarrow \quad m_K \cdot a \cdot \Delta t = m_K \cdot v_K$

Kraftstoß: $m_K \cdot v_K = 0.99 \cdot N \cdot s$

Teilaufgabe 1.2.0
Um die aktuelle Abschussgeschwindigkeit der Kugel zu bestimmen, wird das Gewehr an einer Leine im Schwerpunkt des Gewehrs aufgehängt. Dieser befindet sich dann im Punkt A mit der Koordinate $x_A = 0 \cdot m$ (siehe Skizzze). Der Schuss wird mithilfe einer Fernsteuerung ausgelöst. Unmittelbar nach dem Schuss fliegt die Kugel mit der Geschwindigkeit $\overrightarrow{u_K}$ nach rechts und das Gewehr schwingt mit der Geschwindigkeit $\overrightarrow{u_G}$ nach links. Eine Drehbewegung des Gewehrs tritt dabei nicht auf. Erreicht der Schwerpunkt des Gewehrs bei dieser Schwingung den Umkehrpunkt B, ist die Leine um den maximalen Winkel $\alpha_m = 3.5°$ ausgelenkt. Die Höhe des Schwerpunkts hat dann gegenüber dem Punkt A um Δh zugenommen. Für die Pendellänge gilt $l_P = 1.1 \cdot m$. u_G ist der Betrag der Geschwindigkeit $\overrightarrow{u_G}$.



Teilaufgabe 1.2.1 (6 BE)
Zeigen Sie durch allgemeine Herleitung, dass für u_G gilt: $u_G = \sqrt{2 \cdot g \cdot l_P \cdot (1 - \cos(\alpha_m))}$, wobei g der Betrag der Fallbeschleunigung ist. Erläutern Sie kurz den physikalischen Ansatz Ihrer Herleitung.

Gegeben: $\alpha_m := 3.5 \cdot °$ $\quad l_P := 1.1 \cdot m$

Energieerhaltungssatz: $E_{ges,A} = E_{ges,B}$

Das Bezugsniveau für potentielle Energie liege im Punkt A: $E_{kin,A} = E_{pot,B}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot m_G \cdot u_G^2 = m_G \cdot g \cdot \Delta h \quad \Leftrightarrow \quad u_G = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \qquad (1)$$

Rechtwinkliges Dreieck: $\cos(\alpha_m) = \dfrac{l_P - \Delta h}{l_P}$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta h = l_P - l_P \cdot \cos(\alpha_m) = l_P \cdot (1 - \cos(\alpha_m)) \qquad (2)$$

(2) in (1) $\quad u_G = \sqrt{2 \cdot g \cdot [l_P \cdot (1 - \cos(\alpha_m))]}$

Teilaufgabe 1.2.2 (4 BE)
Berechnen Sie u_G und ermitteln Sie den Betrag u_K der Abschussgeschwindigkeit dieser Kugel.

$u_G := \sqrt{2 \cdot g \cdot [l_P \cdot (1 - \cos(\alpha_m))]}$ $\qquad u_G = 0.2 \frac{m}{s}$

Gegeben: $m_K = 2.6 \times 10^{-3} kg$ $\qquad m_G := 4.80 \cdot kg$

Impulserhaltungssatz:

$$p_{ges,vor} = p_{ges,nach} \quad \Leftrightarrow \quad 0 = -m_G \cdot u_G + m_K \cdot u_K$$

Auflösen: $u_K := \dfrac{m_G}{m_K} \cdot u_G$ $\qquad u_K = 0.37 \cdot \frac{km}{s}$

Teilaufgabe 1.2.3 (6 BE)
Der Schuss wird zum Zeitpunkt $t_0 = 0 \cdot s$ ausgelöst. Der Schwerpunkt des Gewehrs befindet sich in diesem Moment im Punkt A mit $x_A = 0 \cdot m$ und bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{u_G}$ des Betrags $u_G = 0.20 \cdot \frac{m}{s}$ nach links. Anschließend schwingt der Schwerpunkt harmonisch mit der Periodendauer T und der Amplitude $x_m = 6.7 \cdot cm$.
Leiten Sie, ausgehend von der Zeit-Elongation-Gleichung dieser harmonischen Schwingung einen allgemeinen Zusammenhang zwischen T, u_G und x_m her.
Berechnen Sie T und geben Sie die Zeit-Geschwindigkeit-Gleichung der Bewegung des Schwerpunkts für $t \geq 0 \cdot s$ mit eingesetzten Werten an.
[Teilergebnis: $T = 2.1 \cdot s$]

Gegeben: $u_G := 0.20 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad x_m := 0.067 \cdot m$

$$x(t) = -x_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$v(t) = -x_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = -u_G \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Koefizientenvergleich: $u_G = x_m \cdot \omega = x_m \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T}$

$$\Leftrightarrow \qquad T := \frac{2 \cdot x_m \cdot \pi}{u_G} \qquad T = 2.1\,s$$

Teilaufgabe 1.2.4 (4 BE)
Das Experiment wird an einem Schießstand durchgeführt. Eine spezielle Schutzwand befindet sich in der Entfernung $d = 50.5 \cdot m$ vor der Mündung des Gewehrs. Der Betrag der Abschussgeschwindigkeit der Kugel ist $u_K = 0.37 \cdot \frac{km}{s}$. Der Lauf des waagrecht hängenden Gewehrs muss beim Abschuss mindestens die Höhe h_m über dem horizontalen Erdboden haben, damit die Kugel nicht vor der vertikalen Schutzwand den Boden trifft.
Berechnen Sie die Höhe h_m .

Gegeben: $d := 50.5 \cdot m$ $\quad u_K := 0.37 \cdot \frac{km}{s}$

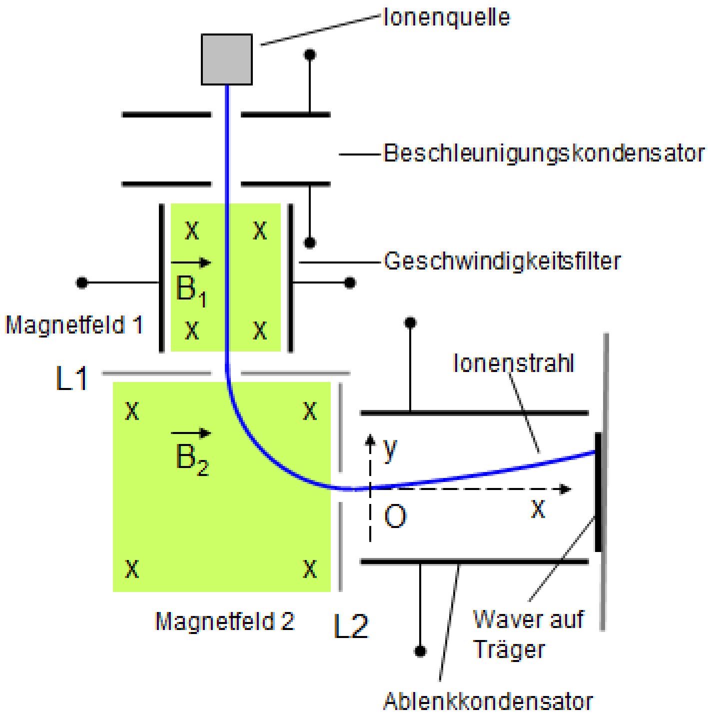
Wenn die Kugel die Schutzwand treffen soll, befindet sie sich so lange in der Luft, wie sie zum Durchfliegen der Strecke d mit konstanter Geschwindigkeit benötigt (waagrechter Wurf):

$$u_K = \frac{d}{t_0} \quad \Rightarrow \quad t_0 := \frac{d}{u_K} \qquad t_0 = 0.136\,s$$

Während dieser Zeit durchfällt die Kugel die Höhe h_m:

$$h_m := \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^{\,2} \qquad h_m = 9.1 \cdot cm$$

Teilaufgabe 2.0
Bei der Ionenimplantation werden z. B. Halbleiterwaver gezielt mit Atomen einer bestimmten Stoffart dotiert (z. B. Borionen). Die untenstehende Skizze zeigt den prinzipiellen Aufbau einer solchen Anlage. In der Ionenquelle werden einfach positiv geladene Borionen (B^+) mit teils unterschiedlichen Anfangsgeschwindigkeiten erzeugt. Im anschließenden Beschleunigungskondensator werden sie beschleunigt.Der darauffolgende Geschwindigkeitsfilter sorgt mit der dahinter angordneten Lochblende L1 dafür, dass nur Ionen mit einer bestimmten Geschwindigkeit $\vec{v}$ mit dem Betrag v in das Magnetfeld der Flussdichte $\vec{B}_2$ ($\vec{B}_2 \perp \vec{v}$) gelangen. In diesem Magnetfeld werden ungewünschte Verunreinigungen des Ionenstrahls, die auch in der Ionenquelle entstanden sind, im Zusammenspiel mit der Lochblende L2 ausgefiltert. Danach werden die Ionen mithilfe eines Kondensators, der den Ionenstrahl vertikal ablenken kann, auf den Waver geführt. Ein B^+-Ion besitzt die Masse $m_B = 1.8 \cdot 10^{-26} \cdot kg$ und trägt die Ladung $q_B = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot C$. Die Gewichtskraft der Ionen kann vernachlässigt werden. Die gesamte Anlage befindet sich im Vakuum.
Sämtliche elektrische und magnetische Felder können als scharf begrenzt, homogen und zeitlich konstant angesehen werden.



Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

Es wird ein B⁺-Ion betrachtet, das mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit in den Beschleunigungskondensator gelangt. Aufgrund der anliegenden Beschleunigungsspannung U_B wird es auf $v = 1.5 \cdot 10^5 \cdot \frac{m}{s}$ beschleunigt.

Zeigen Sie ausgehend von einem Zusammenhang zwischen Arbeit und Energie, dass für die notwendige Beschleunigungsspannung gilt: $U_B = \frac{m_B \cdot v^2}{2 \cdot q_B}$ und berechnen Sie U_B.

Gegeben: $m_B := 1.8 \cdot 10^{-26} \cdot kg$ $q_B := 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot A \cdot s$ $v := 1.5 \cdot 10^5 \cdot \frac{m}{s}$

Im homogenen elektrischen Feld des Beschleunigungskondensators werden die Ionen durch die elektrische Kraft $\vec{F_{el}}$ beschleunigt. Dabei entspricht die Zunahme ΔE_{kin} der kinetischen Energie eines Ions der elektrischen Arbeit W_{el}, die die el. Kraft am Ion verrichtet.

$$W_{el} = \Delta E_{kin} \quad \Leftrightarrow \quad q_B \cdot U_B = E_{kin,1} - E_{kin,2}$$

$$\Leftrightarrow \quad q_B \cdot U_B = \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v^2 - 0$$

$$\Leftrightarrow \quad U_B := \frac{m_B \cdot v^2}{2 \cdot q_B} \qquad U_B = 1.3 \times 10^3\, V$$

Teilaufgabe 2.2 (5 BE)

Im Kondensator des Geschwindigkeitsfilters hat die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ den Betrag $E = 10 \cdot \frac{kV}{m}$ und die notwendige magnetische Flussdichte $\vec{B_1}$ den Betrag B_1. Es werden Ionen betrachtet, die den Filter geradlinig (siehe Skizze) mit $v = 1.5 \cdot 10^5 \cdot \frac{m}{s}$ durchfliegen. Benennen Sie alle Kräfte, die im Filter auf ein Ion wirken, geben Sie deren Richtungen an und berechnen Sie B_1.

Gegeben: $E := 10 \cdot 10^3 \cdot \frac{V}{m}$ $v := 1.5 \cdot 10^5 \cdot \frac{m}{s}$

Im Geschwindigkeitsfilter wirken auf ein Ion die Lorentzkraft $\vec{F_L}$ und die elektrische Kraft $\vec{F_{el}}$.
Die Lorentzkradt zeigt in der Skizze beim Eintritt des Ions in das Geschwindigkeitsfilter nach rechts und die elektrische Kraft nach links.

Für ein Ion, welches das Geschwimdigkeitsfilter unabgelenkt durchläuft, gilt: $\vec{F_L} = -\vec{F_{el}}$

$$F_L = F_{el} \quad \Leftrightarrow \quad q_B \cdot v \cdot B_1 = q_B \cdot E \quad \Leftrightarrow \quad B_1 := \frac{E}{v} \qquad B_1 = 0.067\, T$$

Teilaufgabe 2.3 (5 BE)

Alle Ionen, die das Magnetfeld der Flussdichte $\vec{B_2}$ durch die Blende L1 erreichen, haben die gleiche Geschwindigkeit $\vec{v}$. Neben den B^+-Ionen befinden sich auch Verunreinigungen, wie z. B. Bordifluridionen (BF_2^+), im Ionenstrahl. Die BF_2^+-Ionen besitzen ebenfalls die Ladung q_B, haben jedoch eine größere Masse als die B^+-Ionen.
Erläutern Sie ausgehend von einer allgemeinen Herleitung, wie in diesem Teil der Anlage die Verunreinigungen ausgefiltert werden, so dass nur die B^+-Ionen in den Ablenkkondensator gelangen.

Auf die Ionen, die mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ in das Magnetfeld der Flussdichte $\vec{B_2}$ gelangen, wirkt nur die Lorentzkraft $\vec{F_L}$, die für die Kreisbewegung notwendige Zentripetalkraft $\vec{F_Z}$.

$$F_L = F_Z \quad \Leftrightarrow \quad q_B \cdot v \cdot B_2 = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{m \cdot v}{q_B \cdot B_2}$$

Der Radius r der Kreisbahn der Ionen ist nur von ihrer Masse abhängig, da für alle Ionen in diesem Bereich v, B_2 und q_B gleich groß sind. Bringt man also das Loch in der Blende L2 an der richtigen Stelle an, können nur die gewünschten Ionen das Magentfeld durch L2 verlassen.

Teilaufgabe 2.4 (6 BE)

Der Ionenstrahl besteht nach dem Passieren der Blende L2 ausschließlich aus B^+-Ionen mit $v = 1.5 \cdot 10^5 \cdot \frac{m}{s}$. Der Strahl gelangt im Punkt O senkrecht zur elektrischen Feldstärke in das elektrische Feld des Ablenkkondensators. Der Punkt O ist der Ursprung des eingezeichneten Koordinatensystems. Der Ablenkkondensator hat die Länge l_K, den Plattenabstand d und ist an eine Spannungsquelle mit der Spannung U_A angeschlossen.
Zeigen Sie, dass für die Ablenkung y_E des Ionenstrahls am Ende des Ablenkkondensators bezüglich dieses Kordinatensystems gilt: $y_E \sim U_A$

Im Ablenkkondensator wirkt als einzige Kraft die elektrische Kraft $\vec{F_{el}}$ auf die Ionen (die Gewichtskraft ist vernachlässigbar. Die Ionen werden in y-Richtung beschleunigt.

(1) $\qquad x(t) = v \cdot t$

(2) $\qquad y(t) = \frac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2$

(3) $\qquad a_y = \frac{F_{el}}{m_B} = \frac{E_A \cdot q_B}{m_B} = \frac{U_A \cdot q_B}{d \cdot m_B}$

Aus (1) $\qquad t = \frac{x}{v} \qquad$ (4)

(3) und (4) in (2) $\quad y(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_A \cdot q_B}{d \cdot m_B} \cdot \left(\frac{x}{v}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad y(x) = \frac{U_A \cdot q_B}{2 \cdot d \cdot m_B \cdot v^2} \cdot x^2$

Es gilt: $\quad x = l \quad y_E = y(l) = \frac{U_A \cdot q_B}{2 \cdot d \cdot m_B \cdot v^2} \cdot l^2 = \frac{q_B \cdot l^2}{2 \cdot d \cdot m_B \cdot v^2} \cdot U_A$

l, q_B, d, m_B, v sind konstant, also gilt: $y_E \sim U_A$.