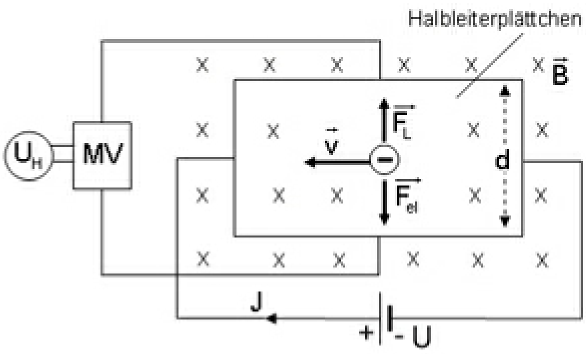
Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2015

- **Physik 12 Technik - Aufgabe II - Lösung**

Teilaufgabe 1.0
Eine mit Luft gefüllte Zylinderspule mit 300 Windungen und einem Durchmesser von $\mathbf{5.0 \cdot cm}$ wird zunächst an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $\mathbf{U_G = 10 \cdot V}$ angeschlossen. Die Spule wird dabei von einem Gleichstrom der Stärke $\mathbf{J = 10 \cdot mA}$ durchflossen. Das Magnetfeld im Inneren der Spule hat die magnetische Flussdichte $\vec{\mathbf{B}}$. Mit einer Hallsonde wird der Betrag B der Flussdichte im Zentrum der Spule ermittelt.

Teilaufgabe 1.1 (8 BE)
Erläutern Sie mithilfe einer geeigneten Skizze den Halleffekt und leiten Sie ausgehend von einem Kraftansatz einen Zusammenhang zwischen der an der Hallsonde auftretenden Hallspannung U_H und B her.



Das stromdurchflossene Halbleiterplättchen wird von den Feldlinien eines homogenen Magnetfeldes senkrecht durchsetzt. Die negativen Ladungsträger (Elektronen) bewegen sich von rechts nach links senkrecht zum Magnetfeld. Auf die Elektronen wirkt dann die Lorentzkraft $\vec{F_L} = (-e) \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, sie steht sowohl zu $\vec{v}$ als auch zu $\vec{B}$ senkrecht. Damit entsteht an der oberen Kante des Plättchens ein Elektronenüberschuss. Der Ladungsunterschied bewirkt ein elektrisches Feld $\vec{E}$ zwischen Ober-und Unterkante, sodass auf die Elektronen die zusätzliche Kraft $\vec{F_{el}} = e \cdot \vec{E}$ wirkt, die der Lorentzkraft entgegengerichtet ist. Ihr Betrag nimmt mit wachsendem Elektronenüberschuss zu, bis beide Kräfte gleich groß sind, man spricht vom ***elektrodynamischen Gleichgewicht***
$\Rightarrow$ **Spannung U_H bleibt konstant.**

Im Gleichgewichtszustand gilt: $F_{el} = F_L \quad \Leftrightarrow \quad e \cdot E = e \cdot v \cdot B \quad \Leftrightarrow \quad e \cdot \frac{U_H}{d} = e \cdot v \cdot B$

$$\Rightarrow \quad U_H = d \cdot v \cdot B$$

Teilaufgabe 1.2 (3 BE)
Man ermittelt für den Betrag der Flussdichte $\mathbf{B = 70 \cdot \mu T}$.
Untersuchen Sie, ob es sich bei der Spule aus 1.0 um eine langgestreckte Spule handelt.

Unter einen langgestreckten Spule versteht man eine Spule, deren Länge deutlich größer als ihr Durchmesser ist.
Würde es sich bei der hier verwendeten Spule um eine langgestreckte Spule handeln, dann müsste für den Betrag der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ gelten:

Gegeben: $B := 70 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{V \cdot s}{m^2}$ $\quad J := 10 \cdot 10^{-3} \cdot A$ $\quad N := 300$

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot J \qquad \Rightarrow \qquad l := \frac{\mu_0 \cdot N \cdot J}{B} \qquad l = 0.054\,m$$

Durchmesser: $d := 0.05 \cdot m$

Die Länge ist nicht deutlich größer als der Durchmesser, also keine langgestreckte Spule.

Teilaufgabe 1.3 (2 BE)
Berechnen Sie den ohmschen Widerstand R_{Sp} der Spule.

Gegeben: $U_G := 10 \cdot V$

$$R_{Sp} := \frac{U_G}{J} \qquad R_{Sp} = 1.0 \cdot k\Omega$$

Teilaufgabe 1.4.0
Die Spule aus 1.0 besitzt die Induktivität $\mathbf{L = 5.0 \cdot mH}$. Sie wird nun an eine Wechselstromquelle angeschlossen.
Für die Stromstärke $J(t)$ im Spulendraht gilt für $t \geq 0 \cdot s$ $\; J(t) := 10 \cdot mA \cdot \sin\left(2.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$

Teilaufgabe 1.4.1 (3 BE)
Die Spule hat den induktiven Widerstand X_L und den ohmschen Widerstand $R_{Sp} = 1.0 \cdot k\Omega$.
Man ist bereit R_{Sp} gegenüber X_L zu vernachlässigen, falls R_{Sp} höchstens zehn Prozent von X_L beträgt.
Bestätigen Sie, dass diese Vernachlässigung möglich ist.

Gegeben: $L := 5.0 \cdot mH$ $\quad \omega := 2.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{s}$

$$X_L := \omega \cdot L \qquad X_L = 12 \cdot k\Omega \qquad \frac{R_{Sp}}{X_L} = 8.333 \cdot \%$$

kleiner als 10%,
Vernachlässigung möglich

Teilaufgabe 1.4.2 (5 BE)
Der ohmsche Widerstand wird im Folgenden vernachlässigt.
Leiten Sie eine Gleichung für die zeitliche Abhängigkeit der an der Spule abfallenden Wechselspannung $U(t)$ her.

$$U(t) + U_i = U_R$$

Da R_{Sp} vernachlässigbar klein ist, gilt: $U_R = 0 \cdot V \quad \Rightarrow \quad U(t) = -U_i$

Mit $U_i = -L \cdot \left(\frac{d}{dt} J(t)\right) \quad \Rightarrow \quad U(t) = L \cdot \frac{d}{dt}\left(10 \cdot mA \cdot \sin\left(2.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)\right)$

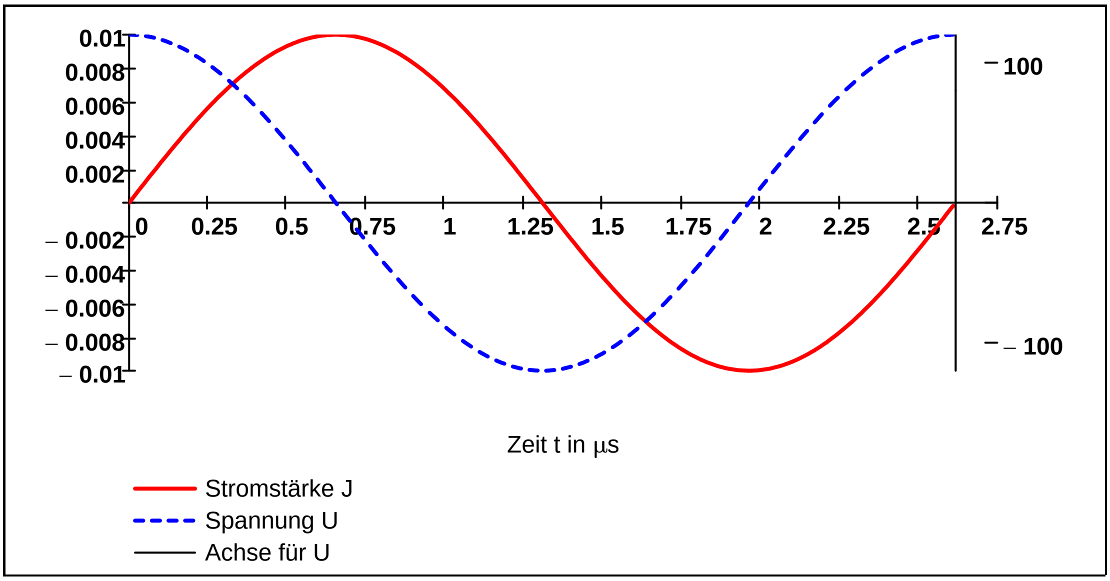
$$U(t) = L \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot A \cdot \left(2.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{s}\right) \cdot \cos\left(2.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

$$L \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot A \cdot \left(2.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{s}\right) = 120\,V$$

$$U(t) := 0.12 \cdot kV \cdot \cos\left(2.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

Teilaufgabe 1.4.3 (6 BE)
Berechnen Sie die Periodendauer T und zeichnen Sie in ein gemeinsames Diagramm den zeitlichen Verlauf der Spannung $U(t)$ aus 1.4.2 und den zeitlichen Verlauf der zugehörigen Stromstärke $J(t)$ für das Zeitintervall $0 \cdot s \le t \le T$.
Maßstab: $0.40 \cdot \mu s$ entspricht $1 \cdot cm$; $40 \cdot V$ entspricht $1 \cdot cm$; $2.5 \cdot mA$ entspricht $1 \cdot cm$;

$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T := \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \qquad T = 2.6 \times 10^{-6}\,s$



Teilaufgabe 1.5.0
In einer Ladestation für das Handstück einer elektrischen Zahnbürste ist die Zylinderspule S_L aus 1.0 eingebaut. Das Handstück selbst besitzt neben einem Motor, einem Akku und weiteren elektronischen Bauteilen auch eine Spule S_H.
Zum Laden des Akkus wird die Ladestation an eine Wechselstromquelle angeschlossen und das Handstück so auf die Ladestation gestellt, dass dessen Spule S_H in die Zylinderspule S_L der Ladestation eintaucht. Beide Spulenachsen sind dabei parallel zueinander. Ohne eine elektrische Verbindung zwischen Ladestation und Handstück lädt sich der Akku auf.

Teilaufgabe 1.5.1 (3 BE)
Erläutern Sie, wie die elektrische Energie von der Ladestation zum Handstück übertragen wird.

Die Spule S_L wird von einem Wechselstrom durchflossen. Somit wird in der Spule ein Magnetfeld erzeugt, dessen Flussdichte sich ständig ändert. Dieses sich ständig ändernde Magnetfeld durchsetzt auch die Spule S_H des Handstücks. In dieser wird deshalb nach dem Induktionsgesetz eine Spannung induziert. Diese Spannung erzeugt wiederum einen Stromfluss in den Schaltkreisen der Zahnbürste. Dadurch wird die Energie von der Spule S_L der Ladestation zur Zahnbürste ohne elektrische Kontakte übertragen.

Teilaufgabe 1.5.2 (4 BE)
Der Akku der Zahnbürste wird $8.0 \cdot h$ lang geladen. Dazu wird die gesamte Anordnung an eine Wechselstromquelle (Haushaltssteckdose) angenschlossen. Der Effektivwert der Spannung beträgt $U_{eff} = 230 \cdot V$ und der der Stromstärke $J_{eff} = 10 \cdot mA$.
Die Energie dieses Ladevorgangs reicht für genau 24 Putzgänge mit je $2.0 \cdot min$ Dauer. Der Motor der Zahnbürste besitzt die mittlere Leistung $P_m = 5.8 \cdot W$.
Berechnen Sie den Wirkungsgrad der gesamten Anordnung.

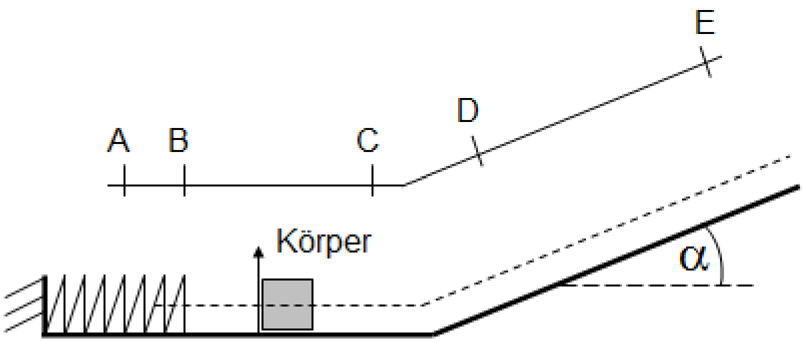
Gegeben: $U_{eff} := 230 \cdot V$ $\quad J_{eff} := 10 \cdot 10^{-3} \cdot A$ $\quad P_m := 5.8 \cdot W$

$\Delta t_{zu} := 8 \cdot 3600 \cdot s$ $\quad \Delta t_{ab} := 24 \cdot 2 \cdot 60 \cdot s$

$\eta = \dfrac{E_{ab}}{E_{zu}}$ Mit $E_{ab} = P_m \cdot \Delta t_{ab}$ und $E_{zu} = U_{eff} \cdot J_{eff} \cdot \Delta t_{zu}$ ergibt sich:

$$\eta := \frac{P_m \cdot \Delta t_{ab}}{U_{eff} \cdot J_{eff} \cdot \Delta t_{zu}} \qquad \eta = 0.25$$

Teilaufgabe 2.0
Ein Körper der Masse $\mathbf{m = 1.3 \cdot kg}$ befindet sich vor einer gespannten Feder auf einer zunächst horizontalen Ebene. Der Positionsanzeiger an der linken Kante des Körpers zeigt dann auf den Punkt A. Die Feder, für die das Hooke'sche Gesetz gilt, besitzt die Federhärte **D_** Die Masse der Feder kann vernachlässigt werden. Die Oberflächenbeschaffenheit des Untergrundes ist im gesamten Bewegungsbereich des Körpers einheitlich.
Lässt man den Körper los, entspannt sich die Feder und beschleunigt dadurch den Körper. Befindet sich der Positionsanzeiger am Punkt B, so ist die Feder gerade entspannt und der Körper löst sich von der Feder. An dieser Position besitzt der Körper die Geschwindigkeit $\vec{v}_B$. Anschließend bewegt sich der Schwerpunkt des Körpers entlang der gepunkteten Linie, wobei der Positionsanzeiger die Punkte C, D und E passiert (siehe Skizze).
Auf dem Weg von A nach E wirkt die Reibungskraft $\vec{F}_R$ auf den Körper. für die zugehörige Reibungszahl gilt $\mu = \mathbf{0.25}$. Der Luftwiderstand ist zu vernachlässigen.



Teilaufgabe 2.1 (5 BE)
Geben Sie an, wie sich der Betrag der Federkraft und der Betrag der Reibungskraft während der Beschleunigungsphase des Körpers zwischen den Punkten A und B in Abhängigkeit des zurückgelegten Weges ändern. Begründen Sie, warum der Körper bereits seine maximale Geschwindigkeit erreicht, bevor der Positionszeiger den Punkt B anzeigt.

Mit zunehmender Entspannung der Feder nimmt der Betrag der Federkraft ab. Der Betrag der Reibungskraft ändert sich nicht.
Die Federkraft wirkt immer nach rechts, die Reibungskraft nach links.

Zunächst ist der Betrag der Federkraft größer als der Betrag der Reibungskraft. Somit wirkt die resultierende Kraft nach rechts, die die Zunahme der Geschwindigkeit des Körpers bewirkt.

Ab einem bestimmten Grad der Entspannung der Feder wird der Betrag der Federkraft kleiner als der Bettrag der Reibungskraft. die resultierende Kraft zeigt dann nach links entgegen der Bewegungsrichtung des Körpers. Folglich nimmt dessen Geschwindigkeit ab.

Die Geschwindigkeit ist also genau dann maximal, wenn sich die Federkraft und die Reibungskraft gegenseitig aufheben. Dies ist noch vo der vollständigen Entspannung der Feder der Fall, also bevor der Positionszeiger die Position B erreicht.

Teilaufgabe 2.2 (5 BE)

Für den Betrag der Geschwindigkeit $\vec{v}_B$ des Körpers gilt $v_B = 7.5 \cdot \frac{m}{s}$. In der Position C hat die Geschwindigkeit $\vec{v}_C$ den Betrag $v_C = 6.8 \cdot \frac{m}{s}$.

Berechnen Sie die Länge Δs_{BC} der Strecke von B nach C.

Gegeben: $v_B := 7.5 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad v_C := 6.8 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad m_K := 1.3 \cdot kg$ $\quad \mu := 0.25$

Das Bezugsniveau der potentiellen Energie liegt auf Höhe des Schwerpunktes des Körpers in der Position B. Nach dem Energieerhaltungssatz bleibt die Gesamtenergie dieses abgeschlossenen Systems erhalten. Bei der Bewegung von B nach C verrichtet die Reibungskraft die Arbeit $W_{Reib} < 0$, so dass die kinetische Energie des Körpers abnimmt. Es gilt:

$$E_{kin,B} = E_{kin,C} + \left|W_{Reib}\right|$$

$$E_{kin,B} = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v_B^2 \qquad E_{kin,C} = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v_C^2 \qquad \left|W_{reib}\right| = \mu \cdot m_K \cdot g \cdot \Delta s_{BC}$$

einsetzen:

$$\frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v_C^2 + \mu \cdot m_K \cdot g \cdot \Delta s_{BC}$$

auflösen:

$$\Delta s_{BC} := \frac{v_B^2 - v_C^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \qquad \Delta s_{BC} = 2.0\,m$$

Teilaufgabe 2.3 **(6 BE)**
Zwischen den Positionen D und E gleitet der Körper auf einer geneigten Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha := 20°$ nach oben.
Zeichnen Sie einen Kräfteplan, der alle auf den Körper einwirkenden Kräfte enthält und berechnen Sie den Betrag **a** der hierbei vorliegenden Beschleunigung $\vec{a}$.

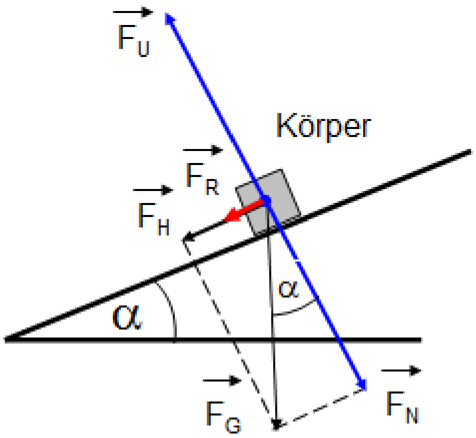
$\vec{F_G}$: Gewichtskraft des Körpers

$\vec{F_H}$: Hangabtriebskraft als Komponente der Gewichtskraft

$\vec{F_N}$: Normalkraft als Komponente der Gewichtskraft

$\vec{F_U}$: Kraft, die die Unterlage auf den Körper ausübt.

$\vec{F_R}$: Reibungskraft, die die Unterlage auf den Körper ausübt.



Resultierende Kraft:

$$\vec{F_{res}} = \vec{F_G} + \vec{F_U} + \vec{F_R} = \vec{F_H} + \vec{F_N} + \vec{F_U} + \vec{F_R} = \vec{F_H} + \vec{F_R}$$

Betragsgleichung: $F_{res} = F_H + F_R$

$$\Leftrightarrow \quad m_K \cdot a = m_K \cdot g \cdot \sin(\alpha) + \mu \cdot m_K \cdot g \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \quad a := g \cdot (\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha)) \qquad \boxed{a = 5.7 \frac{m}{s^2}}$$