

Abiturprüfung Berufliche Oberschule 1998

• Mathematik 13 Technik - A I - Aufgabentext



Aufgabe 1.0

Gegeben ist eine Schar von Funktionen f_k mit $k \in \mathbb{R}^+$, der Definitionsmenge $D_{f_k} = \mathbb{R}$ sowie dem

$$\text{Funktionsterm } f_k(x) = \frac{k \cdot e^x - 2}{e^{2 \cdot x}}.$$

Teilaufgabe 1.1 (5 BE)

Bestimmen Sie das Verhalten von $f_k(x)$ an den Rändern der Definitionsmenge und die Schnittpunkte des Graphen von f_k mit den Koordinatenachsen in Abhängigkeit von k .

Teilaufgabe 1.2 (10 BE)

Ermitteln Sie in Abhängigkeit von k die Koordinaten und Art der Extrempunkte und die Koordinaten der Wendepunkte des Graphen von f_k .

$$[\text{Teilergebnis: } f'_k(x) = (-k \cdot e^x + 4) \cdot e^{-2 \cdot x}; \text{ WP } \left(\ln\left(\frac{8}{k}\right); y_w \right)]$$

Aufgabe 1.3 (5 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Wendetangente und berechnen Sie den Wert von k , für den diese Tangente durch den Ursprung geht.

Aufgabe 1.4 (5 BE)

Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse den Graphen von f_4 und die zugehörige Wendetangente in ein kartesisches Koordinatensystem für $-1 \leq x \leq 4$ (1 LE = 2 cm).

Aufgabe 1.5 (5 BE)

Der Graph von f_k und die x -Achse begrenzen für $k > 0$ ein Flächenstück A , das sich nach rechts ins Unendliche erstreckt. Bestimmen Sie die Flächenmaßzahl von A in Abhängigkeit von k .

Aufgabe 1.6 (5 BE)

Gegeben ist weiter die Integralfunktion F mit $F(x) = \int_0^x f_4(t) dt$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Begründen Sie die Anzahl der Nullstellen von F . Geben Sie die Koordinaten des Wendepunkts des Graphen von F an.

Aufgabe 1.7 (7 BE)

Begründen Sie, dass die Funktion f_4 für $x \geq 0$ eine Umkehrfunktion g besitzt.

Bestimmen Sie $g(x)$ und die Definitionsmenge von g .

Aufgabe 2 (7 BE)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x \cdot y' + y - x \cdot \cos(x) = 0 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}^+$$

mittels der Methode der Variation der Konstanten.