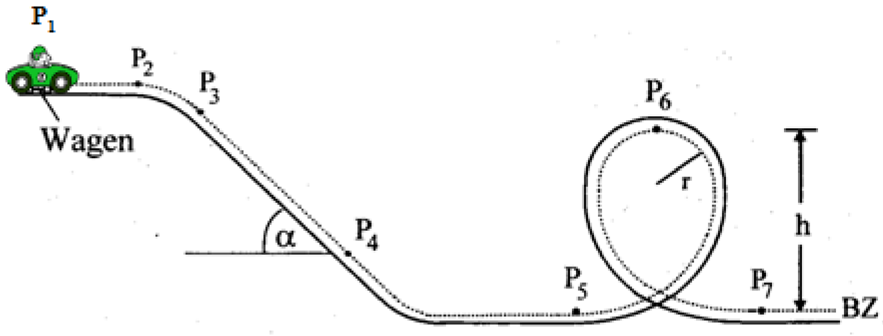
Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2013

• Physik 12 Technik - Aufgabe I - Lösung

Teilaufgabe 1.0
Die unten stehende Abbildung zeigt das Profil einer Achterbahn. Ein Wagen bewegt sich auf Schienen vom Punkt P_1 bis zum Punkt P_7 ohne motorischen Antrieb. Der Wagen und die Insassen haben die Gesamtmasse $m_0 := 950 \cdot kg$. Die punktiert gezeichnete Linie ist die Bahnkurve, auf der sich der Schwerpunkt des Wagen mit Insassen bewegt. Das Bezugsniveau BZ für potentielle Energie ist die Hoizontalebene durch die Punkte P_5 und P_7.
Bei allen Teilaufgaben sind Luftwiderstand und Rotationsenergie der Räder zu vernachlässigen.



Teilaufgabe 1.1 (3 BE)
Um den Nervenkitzel für die Fahrgäste zu erhöhen, wird der Wagen kurz vor der steilen Abfahrt bei der Fahrt vom Punkt P_1 bis zum Punkt P_2 von der Geschwindigkeit $\vec{v_1}$ mit dem Betrag $v_1 := 2.5 \cdot \frac{m}{s}$ auf die Geschwindigkeit $\vec{v_2}$ mit dem Betrag v_2 abgebremst. Die Strecke $[P_1 P_2]$ hat die Länge $s_{12} := 5.0 \cdot m$, die Verzögerung $\vec{a_v}$ den Betrag $a_v := 0.60 \cdot \frac{m}{s^2}$.

Berechnen Sie v_2.

Gegeben: $m_0 = 950\,kg$ $\quad v_1 = 2.5\,\frac{m}{s}$ $\quad a_v = 0.6\,\frac{m}{s^2}$

$$v_1^2 - v_2^2 = 2 \cdot a_v \cdot s_{12} \qquad v_2 := \sqrt{v_1^2 - 2 \cdot a_v \cdot s_{12}} \qquad v_2 = 0.50\,\frac{m}{s}$$

Teilaufgabe 1.2 (4 BE)
Zwischen P_3 und P_4 ist die Bahn um den Winkel $\alpha := 50°$ gegen die Horizontale geneigt. Die Reibungszahl für die Reibung zwischen den Wagenrädern und den Schienen beträgt $\mu := 0.012$.
Berchnen Sie den Betrag **a** der Beschleunigung $\vec{a}$, die der Wagen auf der Stecke $[P_3P_4]$ erfährt.

Beschleunigende Kraft = Hangabtriebskraft - Reibungskraft

$$F_b = F_G \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot F_G \cdot \cos(\alpha)$$

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \quad \Rightarrow \quad a := (g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha))$$

$$a = 7.4 \frac{m}{s^2}$$

Teilaufgabe 1.3.0
Der Punkt P_5 passiert den Wagen mit der Geschwindigkeit $\vec{v_5}$, die den Betrag $v_5 := 27 \cdot \frac{m}{s}$ hat.
Der Wagen mit den Fahrgästen besitzt in P_5 die mechanische Gesamtenergie $E_{ges,5}$.
Der Wagen wird nun auf eine vertikale Schleife (Looping) gelenkt.

Teilaufgabe 1.3.1 (4 BE)
Auf dem Weg von P_5 zum Punkt P_6 in der Höhe $h := 29 \cdot m$ über dem Bezugsniveau BZ verliert der Wagen durch Reibung **8.0%** der Energie $E_{ges,5}$ und erreicht P_6 mit der Geschwindigkeit $\vec{v_6}$.
Berechnen Sie den Betrag v_6 der Geschwindigkeit $\vec{v_6}$. [Ergebnis: $v_6 = 10 \cdot \frac{m}{s}$]

$$E_{ges,5} = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_5^2 \qquad E_{ges,6} = 0.92 \cdot E_{ges,5}$$

$$E_{ges,6} = m_0 \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_6^2 \quad \Leftrightarrow \quad 0.92 \cdot \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_5^2 = m_0 \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_6^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 0.92 \cdot \frac{1}{2} \cdot v_5^2 = g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_6^2$$

$$\Leftrightarrow \quad v_6 := \sqrt{0.92 \cdot v_5^2 - 2 \cdot g \cdot h} \qquad v_6 = 10 \frac{m}{s}$$

Teilaufgabe 1.3.2 (5 BE)
Im oberen Teil der Loopingbahn bewegt sich der Schwerpunkt des Wagens auf einem Halbkreis mit dem Radius $r := 6.5 \cdot m$. Im Punkt P_6 üben die Schienen auf den Wagen die Kraft $\vec{F_S}$ aus.

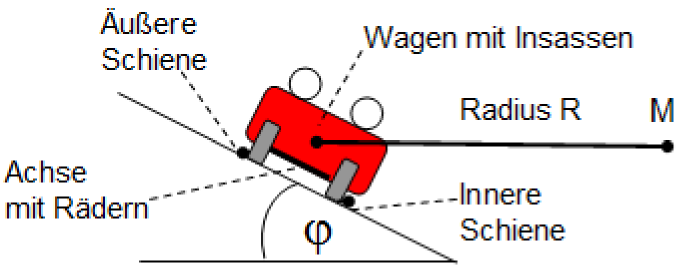
Berechnen Sie den Betrag F_S der Kraft $\vec{F_S}$.

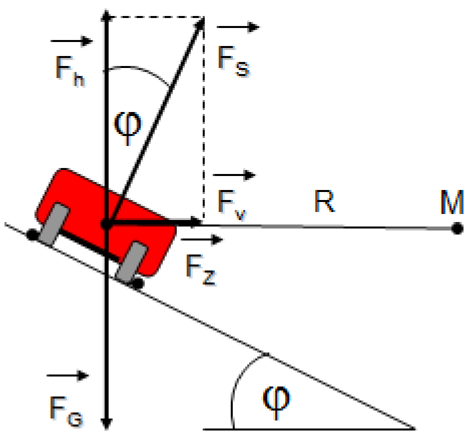
Im oberen Umkehrpunkt der vertikalen Kreisbahn gilt: Zentralkraft = Gewichtskraft + Schienenkraft:

$$\vec{F_Z} = \vec{F_G} + \vec{F_S} \quad \Leftrightarrow \quad F_Z = F_G + F_S \quad \Leftrightarrow \quad F_S = F_Z - F_G$$

$$\Leftrightarrow \quad F_S := \frac{m_0 \cdot {v_6}^2}{r} - m_0 \cdot g \qquad F_S = 5.6 \times 10^3 \, N$$

Teilaufgabe 1.4 (6 BE)
Der Wagen hat den Punkt P_7 passiert und fährt nun durch eine Kurve, die in einer horizontalen Ebene liegt. Dabei bewegt sich der Schwerpunkt des Wagens mit Insassen auf einem Kreisbogen mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $R := 14 \cdot m$. Damit bei der Kurvenfahrt der seitliche Druck auf die Schienen möglichst klein ist, sind die äußeren Schienen höher angeordnet als die inneren Schienen, so dass die Radachsen des Wagens mit der Horizontalen einen Winkel φ einschließen. Berechnen Sie anhand eines Kräfteplans diesen (Kurvenüberhöhungs-) Winkel φ für eine Bahngeschwindigkeit mit dem Betrag $v := 11 \cdot \frac{m}{s}$.





$\vec{F_G}$: Gewichtskraft des mit Fahrgästen besetzten Wagens.

$\vec{F_S}$: Kraft, die die Schienen bei der Kurvenfahrt auf den Wagen ausüben.

$\vec{F_v}$ und $\vec{F_h}$: vertikale und horizontale Komponente von $\vec{F_S}$ mit $\vec{F_v} = -\vec{F_G}$

Für die horizontale Kreisbahn gilt:

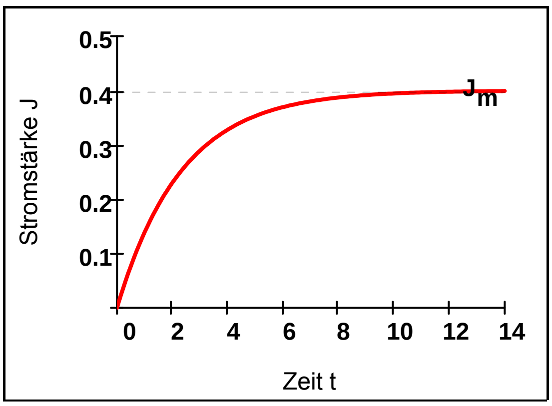
$$\vec{F_Z} = \vec{F_S} + \vec{F_G} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F_Z} = \vec{F_h} + \vec{F_V} + \vec{F_G} \overset{!}{=} \vec{F_h} \qquad \text{arctan}(x) := \text{atan}(x)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{F_Z}{F_G} = \frac{\frac{m_0 \cdot v^2}{R}}{m_0 \cdot g} = \frac{v^2}{R \cdot g} \qquad \varphi := \arctan\left(\frac{v^2}{R \cdot g}\right) \qquad \varphi = 41 \cdot °$$

Teilaufgabe 2.0
Um den ohmschen Widerstand R und die Induktivität L einer Spule zu bestimmen, wird die Spule in einem ersten Versuch an eine Gleichspannungsquelle, in einem zweiten Versuch an eine Wechselspannungsquelle angeschlossen.

Teilaufgabe 2.1.0
Beim ersten Versuch liegt ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0 \cdot s$ die Gleichspannung $U_G := 12 \cdot V$ an der Spule an. Die Stromstärke J_L im Gleichstromkreis erreicht verzögert den Maximalwert $J_m := 0.40 \cdot A$.

Teilaufgabe 2.1.1 (7 BE)
Stellen Sie in einem t-J_L-Diagramm qualitativ den zeitlichen Verlauf der Stromstärke J_L für $t \geq 0 \cdot s$ dar und begründen Sie diesen zeitlichen Verlauf der Stromstärke J_L.



Unmittelbar nach dem Anlegen der Spannung U_G an der Spule steigt die Stromstärke J_L in der Spule an.
Dadurch entsteht in der Spule ein Magnetfeld, der magnetische Fluss Φ durch die Spule wächst an. Folglich wird in der Spule eine Spannung U_i induziert (Selbstinduktion).
Nach der Lenzschen Regel wirkt die Spannung U_i der Spannung U_G entgegen und hemmt somit das Ansteigen der Stromstärke J_L in der Spule, der Maximalwert J_m wird erst nach einiger Zeit erreicht.

Es gilt. $\quad U_i(0 \cdot s) = -U_G \quad \Rightarrow \quad J(0 \cdot s) = 0 \cdot A$

Nach langer Zeit: $\quad \lim_{t \to \infty} U_i(t) = 0 \cdot V \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \to \infty} J(t) = J_m$

Teilaufgabe 2.1.2 (2 BE)
Berechnen Sie den ohmschen Widerstand R der Spule.

$$R := \frac{U_G}{J_m} \qquad R = 30\,\Omega$$

Teilaufgabe 2.2.0
Beim zweiten Versuch liegt die Wechselspannung $U(t) = U_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$ für $t \geq 0 \cdot s$ an der Spule. Die Frequenz f der Wechselspannung wird so groß gewählt, dass der ohmsche Widerstand R der Spule gegenüber ihrem induktiven Widerstand X_L vernachlässigt werden kann.

Teilaufgabe 2.2.1 (5 BE)
Leiten Sie aus der Gleichung $U(t) = U_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$ eine Gleichung her, die den zeitlichen Verlauf der Stromstärke J im Wechselstromkreis für $t \geq 0 \cdot s$ beschreibt.

$$U_i(t) = -L \cdot \left(\frac{d}{dt} J(t)\right) \qquad \text{und} \qquad U_i = -U_L = -\left(U_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)\right)$$

Integrieren: $\Rightarrow \quad J(t) = \frac{1}{L} \cdot \int U_L(t)\, dt = \frac{1}{L} \cdot \int U_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)\, dt$

$$J(t) = \frac{U_0}{L} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot (-\cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) + k$$

Keine treibende Ursache für den Gleichstromanteil: $k = 0 \cdot A$

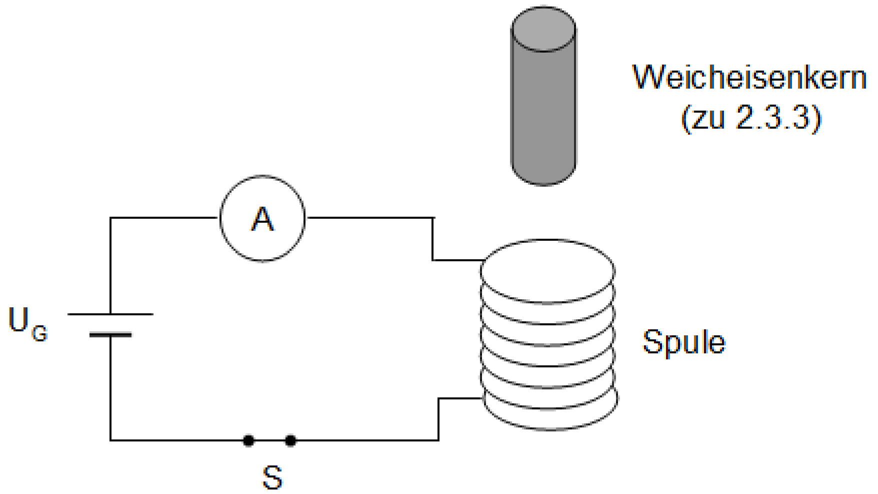
$$J(t) = \frac{-U_0}{L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \cdot (\cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Teilaufgabe 2.2.2 (4 BE)
Für $U_0 := 12 \cdot V$ und $f := 1.20 \cdot kHz$ zeigt ein in den Wechselstromkreis geschaltetes Amperemeter dn Effektivwert $J_{eff} := 16 \cdot mA$ für die Stromstärke J an.
Berechnen Sie die Induktivität L der Spule.

$$X_L = \frac{U_0}{J_0} \qquad X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad \Rightarrow \qquad \frac{U_0}{J_0} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

Auflösen: $L := \frac{U_0}{J_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \qquad L = 70 \cdot mH$

Teilaufgabe 2.3.0
Die Spule aus 2.0 ist zylinderförmig und lang gestreckt. Sie hat die Windungszahl $N := 3000$, die Länge $l_0 := 20 \cdot cm$ und einen Querschnitt mit dem Flächeninhalt $A_0 := 12.4 \cdot cm^2$.
Die Spule wird noch einmal an die Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_G := 12 \cdot V$ angeschlossen. Die Stromstärke im Gleichstromkreis wächst wieder auf den Wert $J_m := 0.40 \cdot A$ an.



Teilaufgabe 2.3.1 (2 BE)
Berechnen Sie die Induktivität L der Spule aus den unter 2.3.0 gegebenen Daten der Spule.

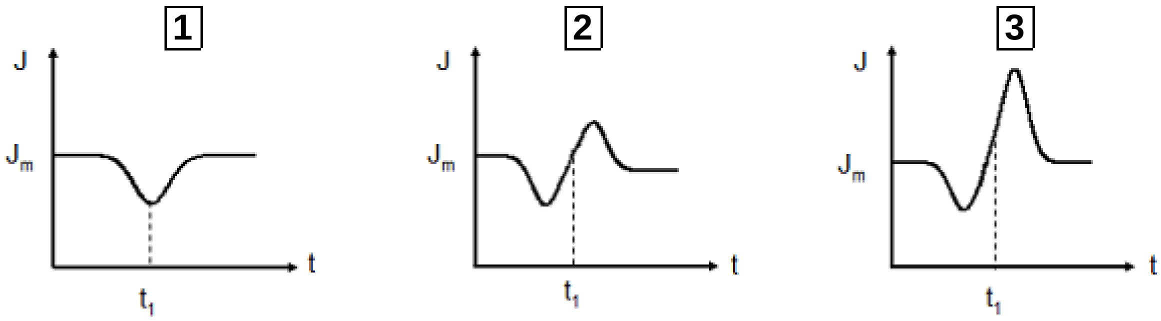
Lang gestreckte Spule: $L := \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l_0} \cdot A_0$ $\quad L = 70 \cdot mH$

Teilaufgabe 2.3.2 (2 BE)
Berechnen Sie den magnetischen Fluss Φ, der die Spule bei der Stromstärke $J_m := 0.40 \cdot A$ durchsetzt.

Magnetischer Fluss: $\Phi = B \cdot A_0 = \mu_0 \cdot \frac{N}{l_0} \cdot J_m \cdot A_0$

$$\Phi := \mu_0 \cdot \frac{N}{l_0} \cdot J_m \cdot A_0 \qquad \Phi = 9.349 \times 10^{-6} \cdot V \cdot s$$

Teilaufgabe 2.3.3 (6 BE)
In einem Experiment lässt man einen Weicheisenkern aus größer Höhe frei durch die Spule fallen. Bei der Abwärtsbewegung nimmt die Geschwindigkeit des Weicheisenkerns ständig zu. Zum Zeitpunkt t_1 befindet sich der Weicheisenkern gerade vollständig in der Spule.
Man beobachtet, dass bei diesem Versuch der Ausschlag am Amperemeter nicht konstant bleibt. Welches der folgenden Diagramme beschreibt den zeitlichen Verlauf der Stromstärke richtig? Begründen Sie ausführlich Ihre Entscheidung.



Beim Eintritt des Weicheisenkerns (μ_r **>> 1**) in die Spule wird der magnetische Fluss größer.
$\Rightarrow$ Nach der Lenzschen Regel entsteht eine Selbstinduktionsspannung U_i, die das Anwachsen des magnetischen Flusses hemmt. U_i ist so gepolt, dass Sie der Spannung U_G entgegenwirkt.
$\Rightarrow$ Stromstärke nimmt ab

Beim Austritt des Weicheisenkerns (μ_r **>> 1**) aus der Spule wird der magnetische Fluss kleiner.
$\Rightarrow$ Nach der Lenzschen Regel entsteht eine Selbstinduktionsspannung U_i, die das Abnehmen des magnetischen Flusses zu verhindern sucht. U_i ist so gepolt, dass Sie der Spannung U_G unterstützt. $\Rightarrow$ **Stromstärke steigt an.**

Diagramm 1 kann deshalb nicht stimmen, in Diagramm 2 und 3 steigt die Stromstärke an.

Diagramm 2 kann ebenfalls nicht stimmen, da der Weicheisenkern schneller wird, damit nimmt die Änderungsrate $\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$ für den magnetischen Fluss zu, wegen $U_i = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$ nimmt die Induktionsspannung zu und damit auch die Stromstärke. $\Rightarrow$ **Diagramm 3 ist richtig.**