

Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2017

• Mathematik 12 Nichttechnik - S II - Lösung



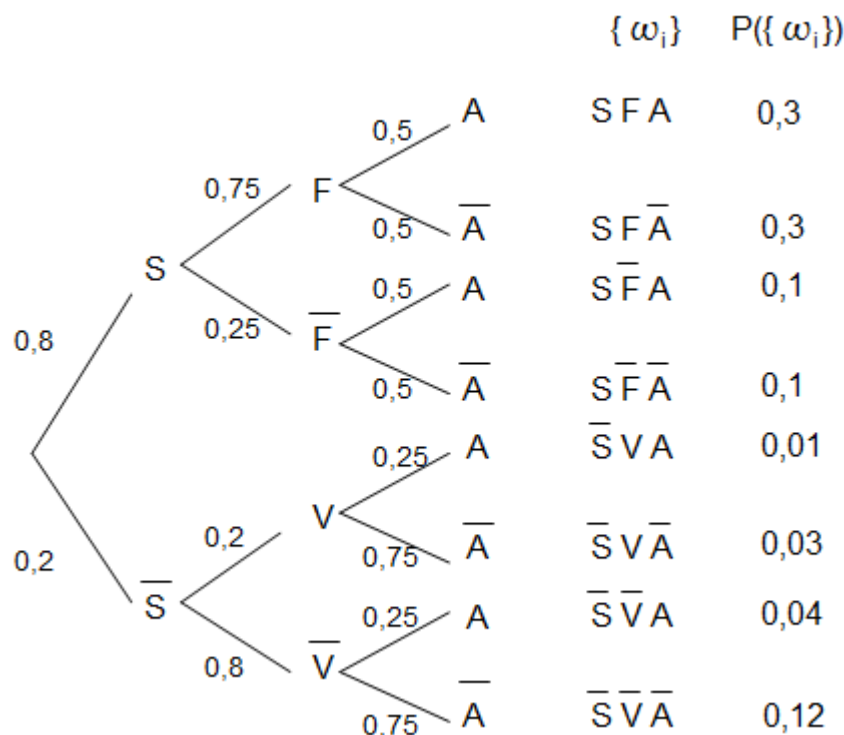
Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Teilaufgabe 1.0

Die Fluggesellschaft TansAir bietet ihren Fluggästen neben den Standardmenüs (**S**) auch vegetarische Menüs ($\bar{\mathbf{S}}$) an. Es werden nun die Fluggäste betrachtet, die tatsächlich essen und trinken. Diese Passagiere entscheiden sich zu 80% für den Menütyp **S**, und von diesen wählen 75% Fleisch (**F**), der Rest Fisch ($\bar{\mathbf{F}}$). Von denen, die den Menütyp $\bar{\mathbf{S}}$ bevorzugen, entscheidet sich ein Fünftel für vegane Kost (**V**), der Rest für nicht vegane Kost ($\bar{\mathbf{V}}$). Alle Fluggäste haben ferner die Wahlmöglichkeit zwischen einem alkoholischen Getränk (**A**) und einem alkoholfreien Getränk ($\bar{\mathbf{A}}$). Wählt ein Fluggast ein Standardmenü, entscheidet er sich zu 50% für ein alkoholisches Getränk, ansonsten nur zu 25%. Die Entscheidung eines zufällig ausgewählten Passagiers für Menütyp, Speise und Getränk wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

Teilaufgabe 1.1 (5 BE)

Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse dieses Zufallsexperiments.



Teilaufgabe 1.2.0

Gegeben seien folgende Ereignisse:

E_1 : *Ein Fluggast entscheidet sich für ein alkoholfreies Getränk.*

$$E_2 = \{ SFA, SF \bar{A}, \bar{S} VA, \bar{S} V \bar{A} \}$$

Teilaufgabe 1.2.1 (5 BE)

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und fassen Sie E_2 möglichst einfach in Worte.

Prüfen Sie ferner E_1 und E_2 auf stochastische Unabhängigkeit.

$$E_1 = \{ SF \bar{A}, S \bar{F} A, \bar{S} V A, \bar{S} V \bar{A} \}$$

$$P(E_1) = 0.3 + 0.1 + 0.03 + 0.12 = 0.55$$

E_2 : Ein Fluggast wählt Fleisch oder vegane Kost.

$$P(E_2) = 0.3 + 0.3 + 0.01 + 0.03 = 0.64$$

$$E_1 \cap E_2 = \{ SF \bar{A}, \bar{S} V \bar{A} \}$$

i) $P(E_1 \cap E_2) = 0.3 + 0.03 = 0.33$

ii) $P(E_1) \cdot P(E_2) = 0.55 \cdot 0.64 = 0.352$

i \neq ii E_1 und E_2 sind stochastisch abhängig

Teilaufgabe 1.2.2 (2 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(E_1 \cup E_2)$.

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = 0.55 + 0.64 - 0.33 = 0.86$$

Teilaufgabe 1.2.3 (2 BE)

Analysieren Sie den Fehler in der Rechnung $P(E_2) = \frac{4}{8} = 0.5$.

Offensichtlich wurde $P(E_2) = \frac{|E_2|}{|\Omega|} = \frac{4}{8}$ gerechnet.

Das ist falsch, da die Elementarereignisse unterschiedliche Wahrscheinlichkeitswerte haben.

Teilaufgabe 2.0

Von den in Aufgabe 1 gegebenen Menüvarianten ist nur die vegetarische Kost mit einem alkoholfreien Getränk ohne Aufpreis erhältlich. Für ein Standardmenü wird ein Aufpreis von 3 € und für ein alkoholisches Getränk ein Aufpreis von 2 € erhoben. Die Zufallsgröße X beschreibt den möglichen Aufpreis in Euro. Dann lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$$\begin{pmatrix} x & 0 & 2 & 3 & 5 \\ P(X = x) & 0.15 & 0.05 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}$$
Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

Begründen Sie die Richtigkeit der angegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung.

$$0 \text{ € für } \{\overline{SA}\}: \quad P(X=0) = P(\{\overline{S} \overline{V} \overline{A}, \overline{SVA}\}) = 0.03 + 0.12 = 0.15$$

$$2 \text{ € für } \{\overline{S} \overline{A}\}: \quad P(X=2) = P(\{\overline{S} \overline{VA}, \overline{SV} \overline{A}\}) = 0.01 + 0.04 = 0.05$$

$$3 \text{ € für } \{\overline{S} \overline{A}\}: \quad P(X=3) = P(\{\overline{SF} \overline{A}, \overline{S} \overline{FA}\}) = 0.3 + 0.1 = 0.4$$

$$5 \text{ € für } \{\overline{SA}\}: \quad P(X=5) = P(\{\overline{SFA}, \overline{S} \overline{F} \overline{A}\}) = 0.3 + 0.1 = 0.4$$

Teilaufgabe 2.2 (3 BE)

Berechnen Sie den durchschnittlich zu zahlenden Aufpreis sowie die Standardabweichung von X .

Durchschnittlich zu zahlender Aufpreis:

$$\mu := 0 \cdot 0.15 + 2 \cdot 0.05 + 3 \cdot 0.4 + 5 \cdot 0.4 \quad \mu = 3.30$$

$$\text{Var}_X := 0^2 \cdot 0.15 + 2^2 \cdot 0.05 + 3^2 \cdot 0.4 + 5^2 \cdot 0.4 - 3.30^2 \quad \text{Var}_X = 2.91$$

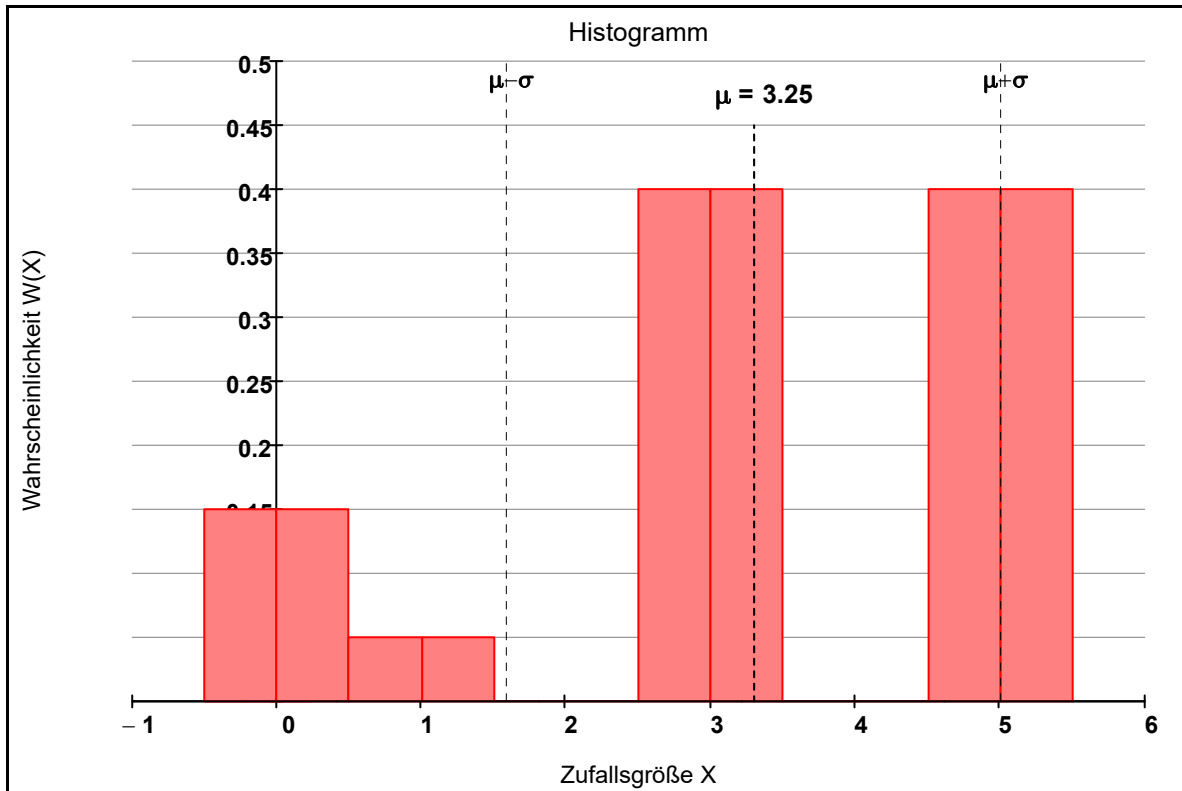
Standardabweichung:

$$\sigma := \sqrt{\text{Var}_X} \quad \sigma = 1.71$$

Teilaufgabe 2.3 (4 BE)

Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in einem Histogramm dar und tragen Sie auch die Ergebnisse von 2.2 sinnvoll darin ein.

▢ Programmierung



Teilaufgabe 3.0

Im vollbesetzten Flugzeug sitzen 200 Fluggäste in 25 Reihen. In jeder Reihe sitzen gleich viele Passagiere. Nach 2.0 beträgt die Wahrscheinlichkeit, beim Menü keinen Aufpreis zahlen zu müssen, $p = 0.15$

Teilaufgabe 3.1 (8 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

E_3 : *Mindestens 30 Fluggäste zahlen keinen Aufpreis.*

E_4 : *Mehr als 25, aber höchstens 35 Fluggäste zahlen keinen Aufpreis.*

E_5 : *In den ersten drei Reihen sitzt jeweils genau ein Fluggast, der keinen Aufpreis bezahlt.*

E_6 : *In der ersten Reihe zahlen nur die Fluggäste auf den beiden Fensterplätzen keinen Aufpreis.*

$$P(E_3) = P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29) = 1 - \sum_{i=0}^{29} B(200, 0.15, i) = 1 - 0.46973 = 0.53027$$

$$P(E_4) = P(25 < X \leq 35) = P(26 \leq X \leq 35) = \sum_{i=0}^{35} B(200, 0.15, i) - \sum_{i=0}^{25} B(200, 0.15, i)$$

$$P(E_4) = 0.86127 - 0.18762 = 0.67365$$

Pro Reihe sitzen $n = \frac{200}{25} = 8$ Fluggäste.

$$P(E_5) = P(X = 1)^3 = (B(8, 0.15, 1))^3 = 0.38469^3 = 0.05693$$

$$P(E_6) = 0.15^2 \cdot 0.85^6 = 0.00849$$

Teilaufgabe 3.2.0

TransAir vermutet, dass infolge des gestiegenen Gesundheitsbewusstseins in der Bevölkerung der Anteil der vegetarischen Antialkoholiker, also derjenigen, die keinen Aufpreis zahlen müssen, zugenommen hat (Gegenhypothese). Daher wird für das in 3.0 beschriebene Flugzeug ein Hypothesentest auf dem Signifikanzniveau von 5% vorgenommen.

Teilaufgabe 3.2.1 (5 BE)

Geben Sie die Nullhypothese sowie die Testgröße an und bestimmen Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich für die Nullhypothese.

Testgröße: Anzahl der Fluggäste unter $n = 200$, die keinen Aufpreis zahlen müssen.

Nullhypothese H_0 : $p_0 \leq 0.15$

Gegenhypothese H_1 : $p_1 > 0.15$

Annahmereich: $A = \{ 0, 1, \dots, k \}$

Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{ k + 1, k + 2, \dots, 200 \}$

$$P(\bar{A}) \leq 0.05 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - P(A) \leq 0.05 \quad \Leftrightarrow \quad P(A) \geq 0.95$$

$$\sum_{i=0}^k B(200, 0.15, i) \geq 0.95 \quad \xrightarrow{\text{TW}} \quad 0.95020 \quad \Rightarrow \quad k = 38$$

$\bar{A} = \{ 39, 40, \dots, 200 \}$

Teilaufgabe 3.2.2 (2 BE)

Berechnen Sie, wie hoch der prozentuale Anteil der Fluggäste, die keinen Aufpreis zahlen, in diesem Flugzeug höchstens sein darf, damit die Nullhypothese nicht verworfen wird.

$\frac{38}{200} = 0.19$ Der prozentuale Anteil darf höchstens 19% betragen.