Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2010
Physik 12 Technik - Aufgabe I - Lösung

Teilaufgabe 1.0
Für alle Körper, die sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius R und mit der Umlaufdauer T um ein Zentralgestirn bewegen, gilt das dritte Kepler'sche Gesetz $T^2 = C \cdot R^3$, wobei C eine Konstante ist.

Teilaufgabe 1.1 (4 BE)
Zeigen Sie mit Hilfe des Gravitationsgesetzes, dass die Konstante C nur von der Masse m_Z des Zentralgestirns abhängig ist.

$$F_Z = F_{Grav} \quad \Leftrightarrow \quad m_0 \cdot \omega^2 \cdot R = \frac{G \cdot m_0 \cdot m_Z}{R^2} \quad \Leftrightarrow \quad m_0 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R = \frac{G \cdot m_0 \cdot m_Z}{R^2}$$

Auflösen: $T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot m_Z} \cdot R^3$

Koeffizientenvergleich: $C = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot m_Z} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G} \cdot \frac{1}{m_Z}$

$\frac{4 \cdot \pi^2}{G}$ ist konstant, also ist C nur abhängig von m_Z .

Teilaufgabe 1.2.0
Bisher sind 63 Monde des Jupiters bekannt. Bereits im Jahre 1610 wurden die Jupitermonde Io, Europa, Ganymed und Kallisto entdeckt. Diese Monde bewegen sich um den Jupiter auf elliptischen Bahnen, die man in guter Näherung als Kreisbahnen ansehen kann. Der Radius R einer solchen Kreisbahn ist gleich der mittleren Entfernung des Massenmittelpunktes des Mondes vom Massenmittelpunkt des Jupiters.
In der unten stehenden Tabelle sind die Radien R der Umlaufbahnen und die Umlaufdauer T für drei der oben genannten Jupitermonde angegeben.

"Name des Mondes"	"Europa"	"Ganymed"	"Kallisto"
R in $10^8 \cdot m$	6.71	10.7	18.8
T in Tagen	3.55	7.16	16.69

a

Teilaufgabe 1.2.1 **(5 BE)**
Bestätigen Sie das dritte Kepler'sche Gesetz durch graphische Auswertung der unter 1.2.0 vorgegebenen Tabelle.
Verwenden Sie dabei folgenden Maßstab:
$5 \cdot 10^{26}$ m entspricht 1 cm ; $20 \cdot 10^{10}$ s^2 entspricht 1 cm ;

Zuweisen der Messwerte:

MW :=

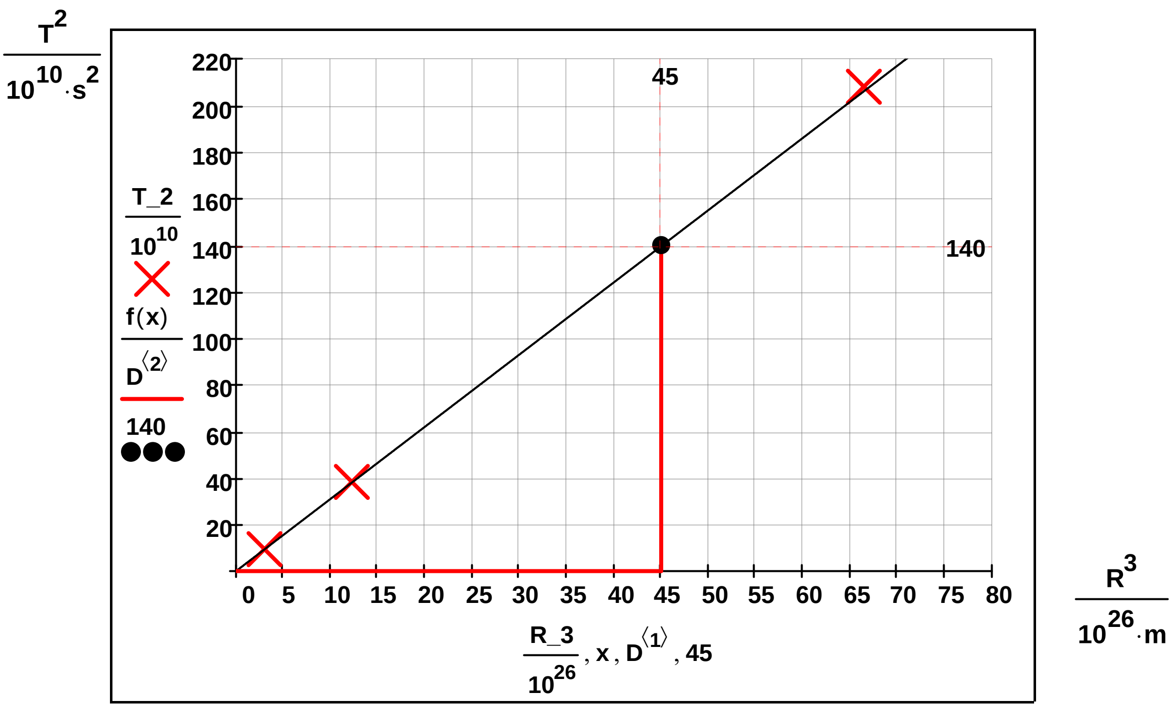
R in 10^8 m	T in Tagen
6.71	3.55
10.7	7.16
18.8	16.69

$$R\_3 := \left(MW^{\langle 1\rangle} \cdot 10^8\right)^3 \cdot m^3$$

$$T\_2 := \left(MW^{\langle 2\rangle} \cdot 24 \cdot 3600\right)^2 \cdot s^2$$

Berechnete Werte der Potenzen:

$$T\_2 = \begin{pmatrix} 9.408 \\ 38.27 \\ 207.941 \end{pmatrix} \cdot 10^{10} \cdot s^2 \qquad R\_3 = \begin{pmatrix} 3.021 \\ 12.25 \\ 66.447 \end{pmatrix} \cdot 10^{26} \cdot m^3$$



Die Messwerte liegen hinreichend genau auf einer Geraden, d. h. $T^2 \sim R^3$.

Teilaufgabe 1.2.2 (2 BE)
Bestimmen Sie aus dem Diagramm von 1.2.1 die Keplerkonstante C_{Ju} für den Jupiter als Zentralgestirn.

[Ergebnis: $C_{Ju} = 3.1 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{s^2}{m^3}$]

Steigungsdreieck: $C = \frac{\Delta(T^2)}{\Delta(R^3)}$ $\quad C := \frac{140 \cdot 10^{10} \cdot s^2}{45 \cdot 10^{26} \cdot m^3}$ $\quad C = 3.1 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{s^2}{m^3}$

Teilaufgabe 1.2.3 (4 BE)
Berechnen Sie aus der Konstanten C_{Ju} die Masse m_{Ju} des Jupiters.

$$C = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot m_Z} \quad \Rightarrow \quad m_Z = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot C}$$

Einsetzen: $m_Z := \dfrac{4 \cdot \pi^2}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 3.1 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{s^2}{m^3}}$ $\quad m_Z = 1.9 \times 10^{27}\, kg$

Teilaufgabe 1.3.0
Der Jupitermond Io hat die Masse $m_{Io} = 8.94\ 10^{22} \cdot kg$ und den Radius $r_{Io} = 1.82\ 10^{6} \cdot m$.
Für einen Umlauf auf den Jupiter benötigt er die Zeit $T_{Io} = 1.77\ d$.
Die Rotation des Mondes Io um die eigene Achse soll unberücksichtigt bleiben.

Teilaufgabe 1.3.1 (4 BE)
Berechnen Sie den Betrag v_{Io} der Bahngeschwindigkeit $\overrightarrow{v_{Io}}$ des Jupitermondes Io.

$$v_{Io} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{Io}} \cdot R_{Io}$$

$$T^2 = C \cdot R^3 \quad \Rightarrow \quad R_{Io} = \sqrt[3]{\frac{T_{Io}^2}{C}}$$

einsetzen: $v_{Io} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{Io}} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{Io}^2}{C}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{Io}^2}{C \cdot T_{Io}^3}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{C \cdot T_{Io}}}$

$v_{Io} := 2 \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\dfrac{1}{3.1 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{s^2}{m^3} \cdot (1.77 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot s)}}$ $\quad v_{Io} = 17 \cdot \frac{km}{s}$

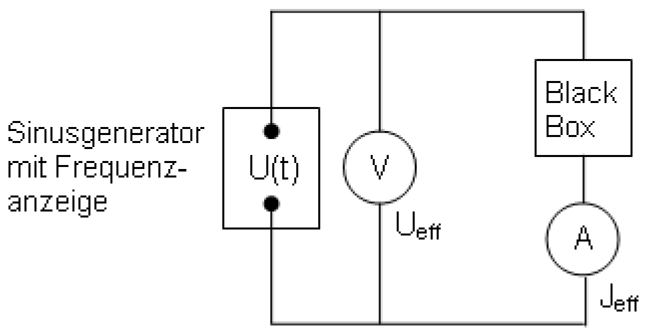
Teilaufgabe 1.3.2 (3 BE)
Berechnen Sie den Betrag **g** der Fallbeschleunigung, die ein Körper an der Oberfläche des Mondes Io erfährt.

$$F_G = F_{Grav} \qquad m_0 \cdot g_{Io} = \frac{G \cdot m_0 \cdot m_{Io}}{r_{Io}^2} \qquad \Rightarrow \qquad g_{Io} = \frac{G \cdot m_{Io}}{r_{Io}^2}$$

$$g_{Io} := \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \left(8.94\ 10^{22} \cdot kg\right)}{\left(1.82\ 10^6 \cdot m\right)^2} \qquad g_{Io} = 1.80 \cdot \frac{m}{s^2}$$

Teilaufgabe 2.0
Eine Black Box soll untersucht werden. Die Black Box beinhaltet entweder einen ohmschen Widerstand oder einen Kondensator oder eine Spule als Schaltelement. Man legt an die Black Box eine sinusförmige Wechselspannung mit dem Effektivwert U_{eff} an und misst für verschiedene Frequenzen f den Effektivwert I_{eff} der Stromstärke im Wechselstromkreis.

Teilaufgabe 2.1 (2 BE)
Zeichnen Sie die Schaltskizze zu diesem Versuch.



Teilaufgabe 2.2 (6 BE)
Erläutern Sie, wie man nach der Versuchsdurchführung mithilfe der Messergebnisse das in der Black Box eingebaute Schaltelement bestimmen kann.

Es gilt für den Wechselstromwiderstand: $X = \frac{U_{eff}}{J_{eff}} \qquad \Rightarrow \qquad J_{eff} = \frac{U_{eff}}{X}$

Veränderung der Frequenz und Messung der Effektivwerte der Stromstärke liefert:

J_{eff} unabhängig von f $\quad \Rightarrow \quad$ ohmscher Widerstand

$J_{eff} \sim f \quad \Rightarrow \quad$ kapazitiver Widerstand, da $J_{eff} = \frac{U_{eff}}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = U_{eff} \cdot 2 \cdot \pi \cdot C \cdot f$

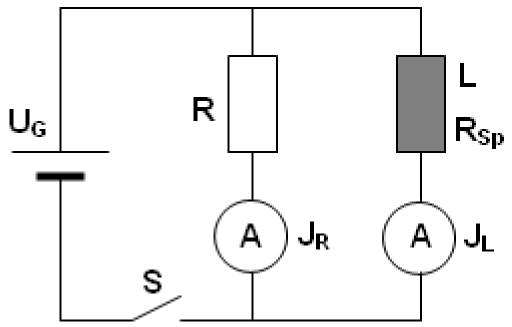
$J_{eff} \sim \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad$ kapazitiver Widerstand, da $J_{eff} = \frac{U_{eff}}{\omega \cdot L} = \frac{U_{eff}}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \frac{1}{f}$

Teilaufgabe 2.3 (3 BE)
Man findet heraus, dass es sich bei dem Schaltelement in der Black Box um eine Spule handelt. Bei der Durchführung des Versuchs stellte sich bei dem Effektivwert $U_{eff} = 12.0\ V$ und der Frequenz $f = 120\ Hz$ für die Stromstärke J im Wechselstromkreis der Effektivwert $J_{eff} = 25\ \mu A$ ein. Für die Frequenz $f = 120\ Hz$ ist der ohmsche Widerstand R_{Sp} der Spule gegenüber ihrem induktiven Widerstand X_L vernachlässigbar klein.
Berechnen Sie die Induktivität L der Spule.

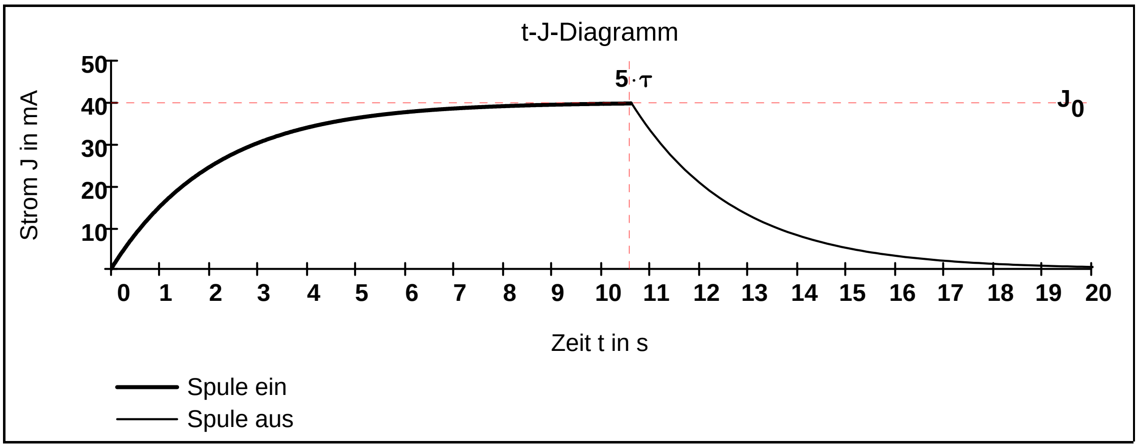
Wechselstromwiderstand der Spule $\quad X_L = \omega \cdot L \quad \Rightarrow \quad L = \dfrac{X_L}{\omega} = \dfrac{U_{eff}}{J_{eff} \cdot \omega} = \dfrac{U_{eff}}{J_{eff} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}$

$$L := \frac{12.0 \cdot V}{25 \cdot 10^{-6} \cdot A \cdot 2 \cdot \pi \cdot 120 \cdot \frac{1}{s}} \qquad L = 637\,H$$

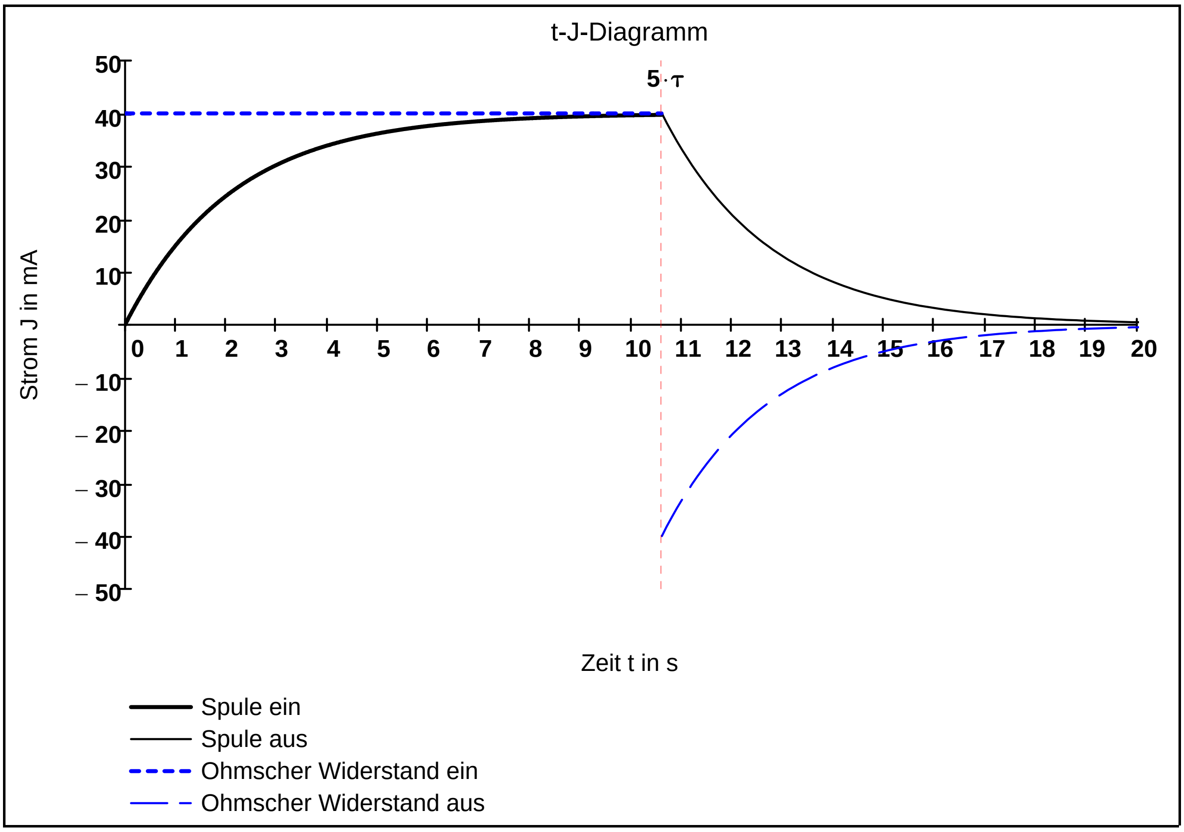
Teilaufgabe 2.4.0
Zur Spule mit der Induktivität $L = 6.4 \cdot 10^2 \cdot H$ wird ein ohmscher Widerstand R parallel geschaltet, der genauso groß ist wie der ohmsche Widerstand R_{Sp} der Spule. Diese Parallelschaltung wird zum Zeitpunkt $t_0 = 0 \cdot s$ durch Schließen des Schalters S an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_G = 12.0\ V$ angeschlossen.
Zum Zeitpunkt t_1, zu dem auch die Stromstärke J_L im Spulenzweig bereits ihren Maximalwert $J_{L,\,max} = 40 \cdot mA$ erreicht hat, wird der Schalter S wieder geöffnet.
Siehe nebenstehende Skizze.



Teilaufgabe 2.4.1 (4 BE)
Zeichnen Sie ein t-J_L-Diagramm, das qualitativ den zeitlichen Verlauf der Stromstärke J_L für den Einschaltvorgang und den Ausschaltvorgang zeigt.



Teilaufgabe 2.4.2 (3 BE)
Zeichnen Sie mit einer anderen Farbe in das Diagramm von 2.4.1 zusätzlich den Graphen für die Abhängigkeit der Stromstärke J_R von der Zeit **t** ein



Teilaufgabe 2.4.3 (3 BE)
Berechnen Sie den ohmschen Widerstand R_{Sp} der Spule und den Energieinhalt W_{mag} des magnetischen Feldes in der Spule bei der Stromstärke $J_{L,\,max} = 40 \cdot mA$.

$X_\Omega = \dfrac{U_G}{J_{Lmax}}$ $\qquad X_\Omega := \dfrac{12.0 \cdot V}{40 \cdot 10^{-3} \cdot A}$ $\qquad X_\Omega = 300\,\Omega$ $\qquad$ also: $\qquad X_\Omega = 0.30 \cdot k\Omega$

$W_{mag} = \dfrac{1}{2} \cdot L \cdot \left(J_{Lmax}\right)^2$ $\qquad W_{mag} := \dfrac{1}{2} \cdot 6.4 \cdot 10^2 \cdot H \cdot \left(40 \cdot 10^{-3} \cdot A\right)^2$ $\qquad W_{mag} = 0.51\,J$

Teilaufgabe 2.4.4 (7 BE)
Begründen Sie den zeitlichen Verlauf der Stromstärke J_L und den zeitlichen Verlauf der Stromstärke J_R für den Ausschaltvorgang und erläutern Sie, wohin nach dem Öffnen des Schalters die magnetische Energie W_{mag} geht.

Stromstärke J_L:

Beim Ausschalten nimmt der magnetische Fluss ab.
Dadurch wird eine Spannung induziert (Selbstinduktionsspannung), die nach der Lenzschen Regel so gerichtet ist, dass sie ihrer Entstehungsursache entgegenwirkt. Es fließt also ein Induktionsstrom, der den Abbau des Magnetfeldes hemmt.

Stromstärke J_R:

Ohmscher Widerstand und Spule bilden einen geschlossenen Stromkreis, d.h. die Stromstärke J_R am ohmschen Widerstand kompensiert den Induktionsstrom J_L.

Energie:

Die magnetische Energie wird in Wärme umgewandelt.