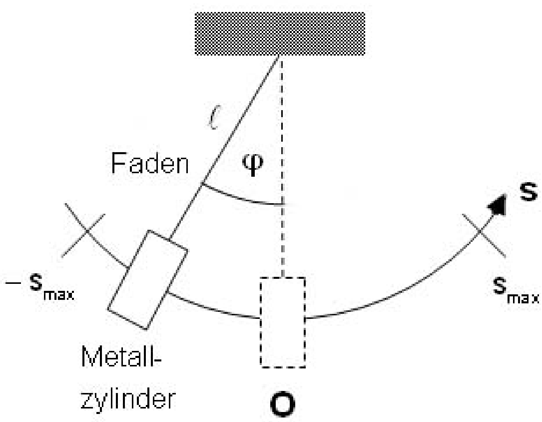
Abschlussprüfung Berufliche Oberschule 2010
Physik 12 Technik - Aufgabe III - Lösung

Teilaufgabe 1.0
Ein Faden und ein kleiner Metallzylinder (Durchmesser $\mathbf{d = 1.2 \cdot cm}$; Masse $\mathbf{m_0 = 75g}$) als Pendelkörper bilden ein Fadenpendel mit der Pendellänge $\mathbf{l}$. Die Masse des Pendels ist vernachlässigbar klein.
Das Pendel kann in einer vertikalen Ebene um die Gleichgewichtslage O schwingen.
Reibungsverluste sollen unberücksichtigt bleiben.



Teilaufgabe 1.1 (5 BE)
Bei einer solchen Schwingung passiert der Pendelkörper die Gleichgewichtslage O mit Geschwindigkeiten vom Betrag $\mathbf{v_0}$.
Beschreiben Sie, wie $\mathbf{v_0}$ experimentell bestimmt werden kann.

Prinzip der Dunkelzeitmessung unter der Voraussetzung, dass d sehr klein ist:
- Im Punkt O wird eine Lichtschranke aufgestellt.
- Beim Durchgang durch O wird die Lichtschrsnke solange unterbrochen, bis der Zylinder vorbei ist.
- Die Durchgangszeit Δt wird gemessen.
- Der Dicke **d** des Zylinders entspricht der Weg Δs, die der Zylinder in der Zeit Δt zurücklegt.
- Berechnung: $\mathbf{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{d}{\Delta t}$

Teilaufgabe 1.2 (3 BE)
Für kleine Auslenkwinkel φ schwingt das Fadenpendel harmonisch.

Für die Richtgröße **D** eines solchen Fadenpendels gilt: $\mathbf{D} = \dfrac{m_0 \cdot g}{l}$, wobei **g** der Betrag der Fallbeschleunigung ist.
Zeigen Sie durch allgemeine Rechnung, dass die Periodendauer T der harmonischen Schwingung eines Fadenpendels zwar abhängig von der Pendellänge l, aber unabhängig von der Masse $\mathbf{m_0}$ des Pendelkörpers ist.

Aus der FS: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{m_0}{D}}$ $\qquad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{m_0}{\left(\dfrac{m_0 \cdot g}{l}\right)}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{l}{g}}$

unabhängig von der Masse
abhängig von der Pendellänge

Teilaufgabe 1.3.0
Die Abhängigkeit der Elongation s von der Zeit t für die Schwingung eines Fadenpendels wird durch die folgende Gleichung beschrieben: $x(t) = -6.0 \cdot cm \cdot \cos\left(3.51 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$

Teilaufgabe 1.3.1 (5 BE)
Berechnen Sie die Periodendauer **T** der Schwingung und die Pendellänge **l**.
[Teilergebnis: $l = 79.6 \cdot cm$

$\omega = 3.51 \cdot \frac{1}{s}$ und $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$

$\Rightarrow \quad T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \qquad T := \frac{2 \cdot \pi}{3.51 \cdot \frac{1}{s}} \qquad T = 1.79\,s$ gerundet: $T = 1.79\,s$

$T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l}{g} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{T^2 \cdot g}{4 \cdot \pi^2} \qquad l := \frac{(1.79 \cdot s)^2 \cdot 9.81 \cdot \frac{m}{s^2}}{4 \cdot \pi^2} \qquad l = 0.796\,m \qquad l = 79.6 \cdot cm$

Teilaufgabe 1.3.2 (3 BE)
Bestimmen Sie die Zeit-Geschwindigkeits-Gleichung (t-v-Gleichung) für die Schwingung des Pendelkörpers mit eingesetzten Größen.
Geben Sie den Betrag v_0 der Geschwindigkeiten an, mit denen der Pendelkörper die Gleichgewichtslage O passiert.

$$v(t) = \frac{d}{dt}\left(-6.0 \cdot cm \cdot \cos\left(3.51 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)\right) = -6.0 \cdot cm \cdot \left(-3.51 \cdot \frac{1}{s} \cdot \sin\left(3.51 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)\right) = 21.06 \cdot \frac{cm}{s} \cdot \sin\left(3.51 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

$\Rightarrow$ Amplitude: $v_0 := 21.1 \cdot \frac{cm}{s}$

Teilaufgabe 1.3.3 (3 BE)
Die potenzielle Energie E_{pot} des Pendelkörpers sei gleich null, wenn der Pendelkörper gerade die Gleichgewichtdslage passiert.
Bestätigen Sie, dass für die potenzielle Energie E_{pot} des Pendelkörpers bei einer Elongation **s** gilt: $E_{pot}(s) = 0.46 \cdot \frac{J}{m^2} \cdot s^2$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_0 \cdot g}{l} \cdot s^2$$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{m_0 \cdot g}{l} = C \qquad C := \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{75 \cdot 10^{-3} \cdot kg \cdot 9.81 \cdot \frac{m}{s^2}}{79.6 \cdot 10^{-2} \cdot m}\right) \qquad C = 0.462\,\frac{kg}{s^2} \qquad C = 0.462 \cdot \frac{J}{m^2}$

Teilaufgabe 1.3.4 (3 BE)
Stellen Sie die Abhängigkeit der potenziellen Energie E_{pot} des Pendelkörpers von der Elongation **x** für $-6.0 \cdot cm \le x \le 6.0 \cdot cm$ in einem **$x - E_{pot}$ − Diagramm** dar.
Erstellen Sie dazu eine Wertetabelle mit der Schrittweite $\Delta x = 3.0 \cdot cm$.
Verwenden Sie dabei folgenden Maßstab: **$0.5 \cdot mJ$** entspricht **$1 \cdot cm$**.

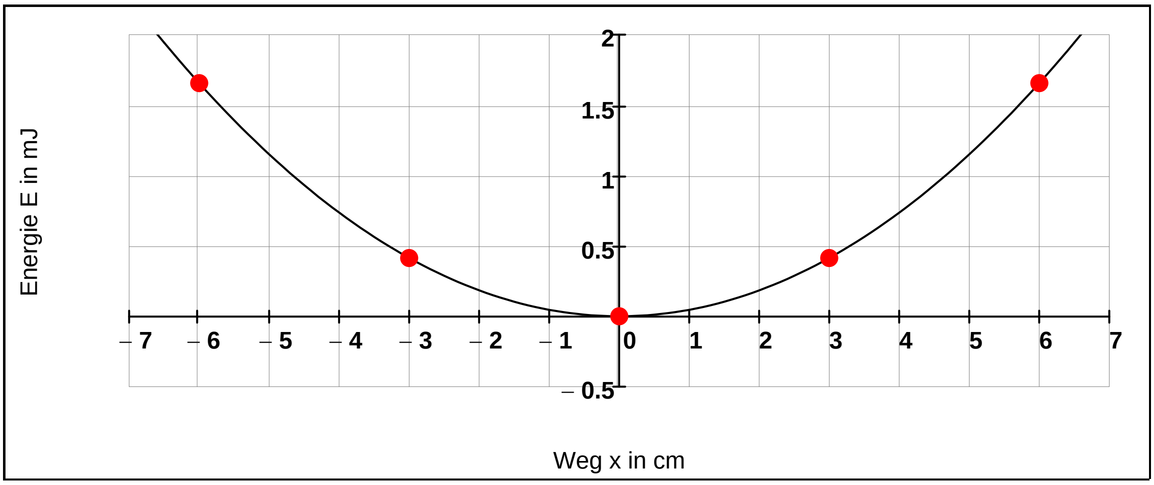
$$E_{pot}(x) := 0.46 \cdot \frac{J}{m^2} \cdot x^2$$

$x_w =$

-0.06	m
-0.03	
0	
0.03	
0.06	

$E_{pot}(x_w) =$

$1.656 \cdot 10^{-3}$	J
$4.14 \cdot 10^{-4}$	
0	
$4.14 \cdot 10^{-4}$	
$1.656 \cdot 10^{-3}$	



Teilaufgabe 1.3.5 (3 BE)
Tragen Sie in das Diagramm von Teilaufgabe 1.3.4 auch die Graphen für die Abhängigkeiten der GesamtEnergie E_{ges} und der kinetischen Energie E_{kin} des Pendelkörpers von der Elongation **x** ein.

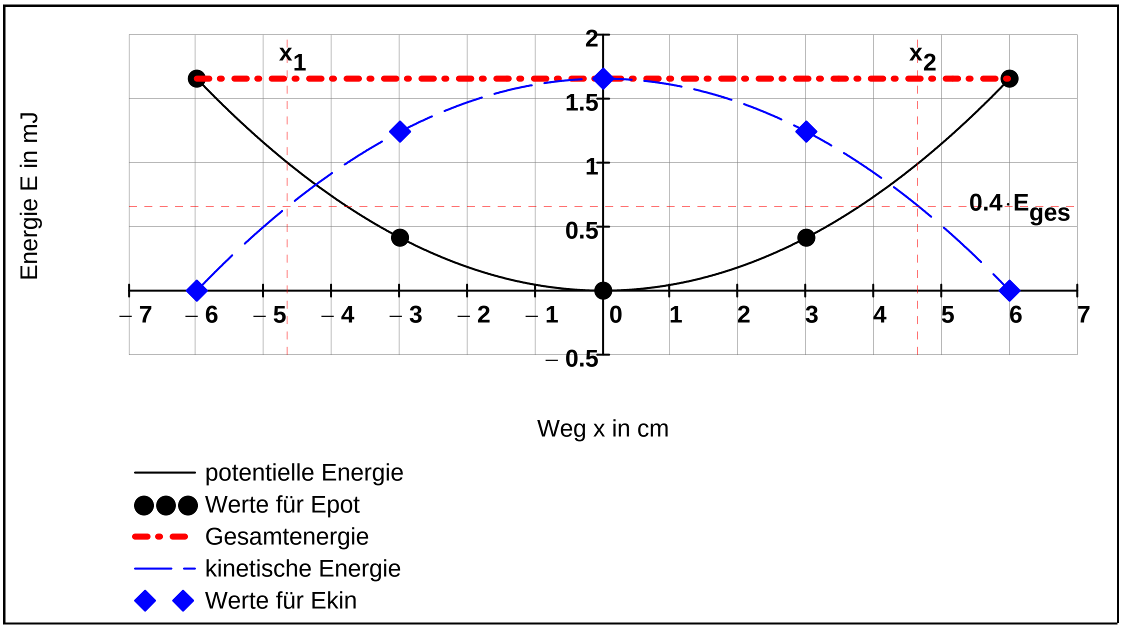
$E_{ges} = E_{potmax} = 1.656 \cdot 10^{-3} \cdot J$ $\qquad$ $E_{kin}(x) = E_{ges} - E_{pot}(x)$

$x2 =$

-0.06	m
-0.03	
0	
0.03	
0.06	

$E_{kin}(x2) =$

0	$\cdot 10^{-3} \cdot J$
1.242	
1.656	
1.242	
0	



Teilaufgabe 1.3.6 (4 BE)
Bestimmen Sie - entweder rechnerisch oder mithilfe des Diagramms von 1.3.4 und 1.3.5 - diejenigen Elongationen s_1 und s_2, bei denen die kinetische Energie E_{kin} des Pendelkörpers **40%** der Gesamtenergie E_{ges} beträgt.

$E_{kin} = 0.40 \cdot E_{ges} = 0.40 \cdot 1.656 \cdot 10^{-3} \cdot J = 0.662 \cdot 10^{-3} \cdot J$

Ablesen: $\qquad x_1 = -4.7 \cdot cm \qquad\qquad x_2 = 4.7 \cdot cm$

Berechnen:

$$E_{kin} + E_{pot} = E_{ges} \quad \Leftrightarrow \quad 0.4 \cdot E_{ges} + E_{pot} = E_{ges} \quad \Leftrightarrow \quad E_{pot} = 0.6 \cdot E_{ges}$$

$$0.6 \cdot E_{ges} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$$ Auflösen: $$|x| = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.6 \cdot E_{ges}}{D}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.6 \cdot E_{ges} \cdot l}{m_0 \cdot g}}$$

$$x_2 := \sqrt{\frac{2 \cdot 0.6 \cdot \left(1.656 \cdot 10^{-3} \cdot J\right) \cdot 0.796 \cdot m}{75 \cdot 10^{-3} \cdot kg \cdot 9.81 \cdot \frac{m}{s^2}}} \qquad x_2 = 0.046\, m$$

$$x_1 := -x_2 \qquad x_1 = -0.046\, m$$

Teilaufgabe 2.0
Ein Plattenkondensator mit Luft als Dielektrikum wird an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 8.0 \cdot kV$ angeschlossen. Die vertikal aufgestellten Platten des Kondensators sind quadratisch und haben die Kantenlänge $l = 27.3 \cdot cm$. Der Plattenabstand beträgt $d = 3.0 \cdot cm$.

Teilaufgabe 2.1 (3 BE)
Der Kondensator trägt die Ladung Q_0. Zwischen den Platten des kondensators herrscht ein homogenes elektrisches Feld mit der elektrischen Feldstärke $\vec{E_0}$.

Berechnen Sie Q_0 und den Betrag E_0 der elektrischen Feldstärke $\vec{E_0}$.

$$C = \frac{Q_0}{U_0} \qquad C = \varepsilon_0 \cdot \frac{l^2}{d} \qquad \Rightarrow \qquad Q_0 = \varepsilon_0 \cdot \frac{l^2}{d} \cdot U_0$$

$$Q_0 := 8.854 \times 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m} \cdot \frac{\left(27.3 \cdot 10^{-2} \cdot m\right)^2}{3 \cdot 10^{-2} \cdot m} \cdot 8.0 \cdot 10^3 \cdot V \qquad Q_0 = 1.8 \times 10^{-7}\, C$$

$$E_0 = \frac{U_0}{d} \qquad E_0 := \frac{8.0 \cdot 10^3 \cdot V}{3 \cdot 10^{-2} \cdot m} \qquad E_0 = 2.7 \times 10^5 \cdot \frac{V}{m}$$

Teilaufgabe 2.2.0
Der Kondensator wird von der spannungsquelle getrennt. Dann wird der gesamte Raum zwischen den Kondensatorplatten mit einem Dielektrikum der Dielektrizitätszahl ε_r ($\varepsilon_r > 1$) ausgefüllt.

Dabei sinkt die Spannung zwischen den Kondensatorplatten auf den Wert $U_1 = 2.0 \cdot kV$

Teilaufgabe 2.2.1 (3 BE)
Begründen Sie das Absinken der Spannung zwischen den Kondensatorplatten.

Spannungsquelle wird abgetrennt, d.h. ladung Q bleibt konstant.

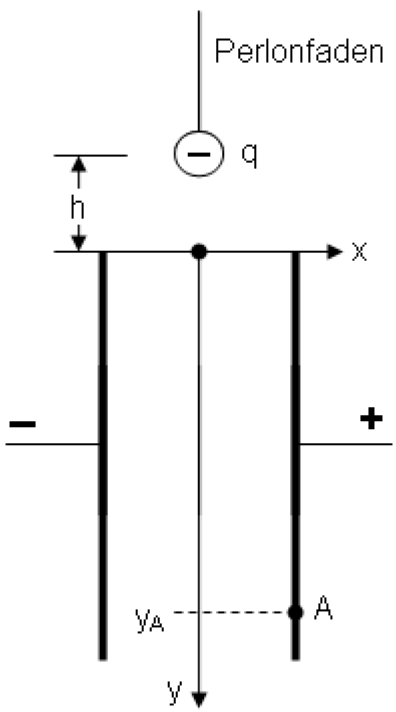
Durch das äußere elektrische Feld $\vec{E_a}$ richten sich die Dipole im Dielektrikum so aus, dass ein inneres elektrisches Feld $\vec{E_i}$ entsteht, das dem äußeren entgegengerichtet ist und dadurch das äußere Feld schwächt.

$E = \frac{U}{d} \quad \Rightarrow \quad E \sim U$ E sinkt ab $\Rightarrow$ U sinkt ab.

Teilaufgabe 2.2.2 (4 BE)
Berechnen Sie ε_r.

$$U_1 = \frac{Q_0}{C_1} = \frac{Q_0}{\varepsilon_r \cdot C_0} = \frac{1}{\varepsilon_r} \cdot U_0 \qquad \varepsilon_r = \frac{U_0}{U_1} \qquad \varepsilon_r := \frac{8.0 \cdot 10^3 \cdot V}{2.0 \cdot 10^3 \cdot V} \qquad \varepsilon_r = 4$$

Teilaufgabe 2.3.0
Das Dielektrikum wird wieder aus dem Kondensator entfernt. Eine kleine Kugel hat die Masse $m_0 = 1.5 \cdot g$ und trägt die Ladung $q = -7.7 \cdot nAs$.
Diese kleine Kugel wird an einem Perlonfaden hängend in die Höhe h über den Plattenkondensator gebracht.
Am Kondensator liegt weiterhin die Spannung $U_0 = 8.0 \cdot kV$ an. Der Plattenabstand ist immer noch auf $d = 3.0 \cdot cm$ eingestellt.
Der Perlonfaden wird durchtrennt. Die kleine Kugel fällt nach unten. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0 \cdot s$ dringt sie im Punkt O, der mittig zu den Kondensatorplatten liegt und der Ursprung eines x-y-Koordinaten-systems ist, mit einer Geschwindigkeit $\vec{v_0}$ in das elektrische Feld des Kondensators ein.
Die Höhe **h** wird so gewählt, dass die Eintrittsge-schwindigkeit $\vec{v_0}$ den Betrag $v_0 = 1.0 \cdot \frac{m}{s}$ hat.
Der Radius der kleinen Kugel und der Luftwiderstand sind vernachlässigbar klein.



Teilaufgabe 2.3.1 (2 BE)
Berechnen Sie die Höhe **h**.

Energieerhaltungssatz der Mechanik: $E_{kin} = E_{pot} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_0^2 = m_0 \cdot g \cdot h$

Durchfallene Höhe: $h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$ $\qquad h := \frac{\left(1.0 \cdot \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \cdot \frac{m}{s^2}}$ $\qquad h = 0.051\,m$

Teilaufgabe 2.3.2 (6 BE)
Bestimmen Sie den Zeitpunkt t_A, zu dem die Kugel im Punkt A auf die rechte Kondensatorplatte trifft.
[Ergebnis: $t_A = 0.15 \cdot s$]

Anwendung des Superpositionsprinzips: Betrachtung der **x-Komponente:**

Beschleunigung durch das elektrische Feld:

$$F_a = F_{el} \quad \Leftrightarrow \quad m_0 \cdot a_{el} = q \cdot E \quad \Leftrightarrow \quad a_{el} = \frac{q}{m_0} \cdot E = \frac{q}{m_0} \cdot \frac{U_0}{d}$$

Bewegungsgleichung: $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_{el} \cdot t^2 \qquad x(t_{flug}) = \frac{d}{2}$

Auflösen: $t_{flug} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{d}{2}}{a_{el}}} = \sqrt{\frac{d}{\left(\frac{q \cdot U_0}{m_0 \cdot d}\right)}} = \sqrt{\frac{d^2 \cdot m_0}{q \cdot U_0}}$

Berechnen: $t_{flug} := \sqrt{\frac{(0.03 \cdot m)^2 \cdot 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot kg}{7.7 \cdot 10^{-9} \cdot A \cdot s \cdot 8.0 \cdot 10^3 \cdot V}}$ $\qquad t_{flug} = 0.148\,s$

Einheitenkontrolle: $[\,t_{flug}\,] = \sqrt{\frac{m^2 \cdot kg}{A \cdot s \cdot V}} = \sqrt{\frac{m^2 \cdot kg}{J}} = \sqrt{\frac{m^2 \cdot kg}{N \cdot m}} = \sqrt{\frac{m^2 \cdot kg}{\left(\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right)}} = \sqrt{s^2} = s$

Teilaufgabe 2.3.3 (3 BE)
Berechnen Sie die y-Koordinate y_A des Auftreffpunktes A.

Anwendung des Superpositionsprinzips: Betrachtung der **y-Komponente:**

Bewegungsgleichung: $y(t) = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$$y_A = v_0 \cdot t_{flug} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{flug}^{\;2}$$

Auftreffpunkt: $y_A := 1.0 \cdot \frac{m}{s} \cdot 0.15 \cdot s + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot (0.15 \cdot s)^2$ $\qquad y_A = 0.26\,m$